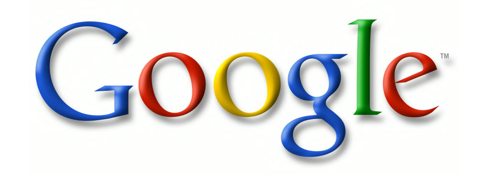
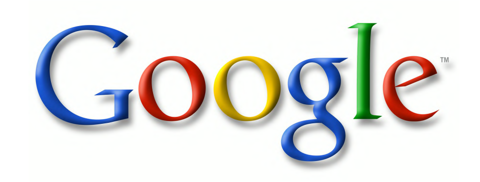



Google



LA
THERMODYNAMIQUE
ET
SES APPLICATIONS

Paris. — Imp E. BERNARD & Cie, rue La Condamine, 71.

LA

THERMODYNAMIQUE

ET

SES APPLICATIONS

AUX

MACHINES A VAPEUR

PAR

A. MADAMET

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE D'APPLICATION DU GÉNIE MARITIME



PARIS

E. BERNARD & Cie, IMPRIMEURS-ÉDITEURS

LIBRAIRIE
53 *ter*, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

IMPRIMERIE
71, RUE LA CONDAMINE, 71

1889

Paris. — Imp E. BERNARD & Cie, rue La Condamine, 71.

LA THERMODYNAMIQUE ET SES APPLICATIONS AUX MACHINES A VAPEUR

PAR

A. MADAMET

DIRECTEUR DE L'ÉCOLE D'APPLICATION DU GÉNIE MARITIME



PARIS

E. BERNARD & Cie, IMPRIMEURS-ÉDITEURS

LIBRAIRIE

53 *ter*, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

IMPRIMERIE

71, RUE LA CONDAMINE, 71

1889

PRÉFACE

Dans ces derniers temps des critiques nombreuses ont été adressées à la thermodynamique et aux applications qui en sont habituellement faites; nous ne croyons pas qu'il convienne de les passer sous silence et, sous ce rapport, le meilleur parti à prendre nous parait être de reproduire quelques-unes d'entre elles.

« Il a été malheureusement fait dans les sciences physiques (1) un tel « abus des applications de la thermodynamique, que celle-ci jouit au-« jourd'hui d'un certain discrédit parmi les expérimentateurs. L'incon-« vénient que présente l'emploi des principes de la thermodynamique « provient de leur généralité même ; s'appliquant aux phénomènes les « plus variés, ils ne peuvent conduire à aucune conclusion précise dans « un cas particulier déterminé, sans l'intervention de certaines lois expé-« rimentales particulières au phénomène envisagé. A défaut de la con-« naissance de ces lois, on fait intervenir des hypothèses tout à fait ar-« bitraires, qui enlèvent au résultat trouvé toute certitude et même toute « probabilité. D'autre part, les phénomènes naturels sont généralement « tellement complexes qu'il est impossible d'introduire dans les calculs « toutes les données du problème ; on en supprime arbitrairement un « certain nombre et souvent des plus importantes. Si bien qu'en thermo-« dynamique, lorsqu'on parle d'eau, de gaz, de machine à vapeur, il « s'agit, le plus souvent, de corps fictifs qui n'ont aucun rapport avec la « réalité des faits. Il semble que des formules établies dans de sem-« blables conditions ne devraient jamais s'accorder avec les résultats de

(1) *Annales des Mines*, année 1888, 1er semestre, page 224 (Mémoire de M. Le Chatelier).

« l'expérience; pourtant cet accord s'établit toujours et avec une facilité « égale pour les théories les plus contradictoires. C'est que ces formules, « de par leur origine même, renferment des paramètres indéterminés « et des coefficients de correction arbitraires en nombre suffisant pour « permettre de réaliser un accord qui, bien entendu, est purement fictif. « De semblables théories ne peuvent donc présenter d'intérêt que comme « exercice de calcul ; elles n'ont jamais, en effet, conduit à la prévision « d'aucun fait nouveau. Elles ne font que prévoir après coup les résul- « tats obtenus directement par l'expérience. »

Des considérations d'une nature analogue ont été émises par M. Bertrand (1) :

. . . .

« Nous avons supposé, dans les calculs précédents, la vapeur dans « l'intérieur du cylindre complètement soustraite aux actions calorifi- « ques extérieures. Il ne peut en être ainsi. La vapeur qui se refroidit dans « l'intérieur d'une masse métallique ne peut manquer d'emprunter de la « chaleur aux parois. La vapeur chaude arrivant des chaudières trouve « le cylindre refroidi par le coup de piston précédent. Ce n'est pas le « travail seul qui la condense, et l'influence dont nous n'avons pas tenu « compte est souvent la plus grande des deux. Le calcul en serait diffi- « cile. Le résultat dépend de la rapidité de la marche, de l'épaisseur du « métal, de la capacité calorifique et des conductibilités. Il nous suffit « de signaler cette cause de déception pour ceux qui voudraient, en « présence d'une machine, appliquer les conséquences de la théorie abs- « traite. »

. . . .

« Tous les calculs proposés dans ce chapitre devraient, dans l'appli- « cation aux machines, recevoir de nombreuses corrections. Le dia- « gramme n'a pas, en réalité, la forme simple que nous avons supposée. « La vapeur, dans le cylindre, pendant la communication avec la chau- « dière, n'a ni pression ni température constante. La communication est « étroite ; le tiroir, comme on dit, *étrangle la vapeur*, ce qui signifie que

(1) Bertrand, *Thermodynamique*, pages 248 et 264.

« l'équilibre de la pression n'a pas le temps de s'établir. L'équilibre de « température est moins assuré encore ; les parois du cylindre inter« viennent et altèrent profondément les courbes que nous nommons « *adiabatiques* et dont les propriétés ont été étudiées dans l'hypothèse « irréalisable d'une compression ou d'une détente accomplie sans com« munication calorifique avec l'extérieur. Les choses se passent très « différemment, et la quantité de vapeur réduite en liquide est, pour « cette cause, très différente de celle que nous avons calculée.

« Poncelet, dans son *Traité de Mécanique industrielle*, prescrit, pour « calculer le travail d'un coup de piston, de traiter la vapeur, quand elle « se dilate sans communication avec l'extérieur, comme un gaz soumis « à la loi de Mariotte. L'erreur commise est grande et évidente. Elle ne « paraît pas cependant l'être beaucoup plus que celle qui résulte des « théories dans lesquelles, à des principes beaucoup plus exacts, sont « associées des hypothèses aussi éloignées de la vérité que l'imper« méabilité complète des parois du cylindre à la chaleur. »

Il faut d'ailleurs se garder de croire que les critiques adressées à la thermodynamique ne concernent que ses applications :

« (1) Au début de tout travail théorique sur les questions de calorimé« trie, pour les corps dont la température est une fonction de la pression « et du volume, on écrit la relation

$$dQ = A\,dp + B\,dv$$

« La quantité de chaleur infiniment petite dQ, absorbée par le corps « quand la pression et le volume subissent des variations infiniment pe« tites, est une fonction linéaire de ces variations.

« Tous les auteurs que j'ai lus ont bien le sentiment qu'il y a quelque « chose d'hypothétique dans la manière d'écrire ou d'employer cette re« lation ; mais, par une circonstance curieuse, tous font porter leur « effort sur l'absence des termes du second ordre en $dp\,dv$, qui ne fait « pas difficulté, et laissent sans examen la forme des coefficients A et B. « C'est quand on suppose A et B fonctions de p, v seuls, mais indépen-

(1) *Journal de Physique théorique et appliquée*, année 1888, pages 148 et 315 (Mémoire de M. Marcel Brillouin).

« dants de $\frac{dp}{dv}$, que l'on fait implicitement une hypothèse, qui semble « n'avoir été remarquée de personne jusqu'ici.

. . . .

« Cette fonction est celle qui résulte de l'hypothèse universellement « admise

$$dQ = A\,dp + B\,dv$$

« mais il faut bien remarquer que c'est une *pure hypothèse.* »

En présence de ces diverses affirmations dont quelques-unes au moins sont, à coup sûr, des plus autorisées, il nous a semblé qu'il pouvait être utile de montrer quel parti l'Ingénieur appelé à s'occuper de machines à vapeur peut et doit tirer de ce qu'on sait actuellement en fait de Thermodynamique, quels problèmes il est en mesure d'aborder et quels autres il doit ici, comme dans bien d'autres sciences moins nouvelles, se résigner à laisser pour le moment sans solution précise ; cette tâche nous a d'ailleurs été considérablement facilitée par les nombreux travaux qui ont été publiés sur ce sujet et en particulier par la netteté avec laquelle M. Bertrand a, l'un des premiers, croyons-nous, entrepris d'opérer le partage du certain, du douteux et de l'inconnu. Après avoir insisté sur ce fait que la thermodynamique repose sur des bases expérimentales et en avoir exposé les lignes essentielles, nous nous sommes efforcé de faire voir que, si une grande partie de ses équations n'est mathématiquement applicable qu'aux moteurs *réversibles*, c'est-à-dire à *ceux qui n'existent pas*, elle permet cependant de traiter un grand nombre de questions relatives aux phénomènes réels et d'en faire comprendre la nature intime ; sans aucun doute elle est actuellement à peu près impuissante quand il s'agit de *prédire* et de calculer par avance ce qui se passera dans une machine donnée, mais elle fournit du moins la possibilité de s'en rendre compte *a posteriori* d'une façon complète et elle donne le moyen non seulement de découvrir, mais encore d'évaluer en chiffres précis des échanges de chaleur qui ont une importance capitale au point de vue de la bonne utilisation du combustible. A ces divers titres, sa connaissance est nécessaire à l'Ingénieur et elle est devenue maintenant

un auxiliaire indispensable pour l'étude pratique et raisonnée des moteurs thermiques industriels et des perfectionnements à leur apporter.

Le traité dont nous venons d'indiquer le but nous paraît comprendre l'ensemble des notions qui importent le plus pour l'objet que nous avons en vue. A sa suite nous avons inséré, à titre de document intéressant et comme hommage rendu à l'un de nos prédécesseurs, l'extrait d'un mémoire resté inconnu et dû à Reech, ancien Directeur de l'École d'Application du Génie maritime; on y verra que, dès 1850, cet ingénieur avait découvert *expérimentalement* le rôle que jouent les parois des cylindres à vapeur; il en avait également apprécié l'importance qui, plus tard, a été si bien mise en lumière par Hirn et ses collaborateurs dont les beaux travaux sur ce sujet constituent, à juste titre, pour *l'École Alsacienne* un titre de gloire des plus sérieux.

TABLE DES MATIÈRES

LA THERMODYNAMIQUE ET SES APPLICATIONS AUX MACHINES A VAPEUR

PREMIÈRE PARTIE.

Notions générales de thermodynamique.

DEUXIÈME PARTIE

Applications de la thermodynamique aux gaz

TROISIÈME PARTIE

Applications de la thermodynamique aux liquides.

QUATRIÈME PARTIE

Applications de la thermodynamique aux vapeurs.

CINQUIÈME PARTIE.

Transformations irréversibles. Etude de divers phénomènes relatifs aux machines à vapeur.

SIXIÈME PARTIE.

Suite de l'application de la thermodynamique aux machines à vapeur.

LA THERMODYNAMIQUE

ET SES

APPLICATIONS AUX MACHINES A VAPEUR

PREMIÈRE PARTIE

NOTIONS GÉNÉRALES DE THERMODYNAMIQUE

§ 1. — Objet de la thermodynamique. Quelques mots sur son histoire.

La *thermodynamique* s'occupe des relations qui existent entre la chaleur et les phénomènes mécaniques; elle traite de la transformation ou conversion de l'*énergie calorifique* en *énergie mécanique* et inversement. Cette science est toute nouvelle : le *principe de l'équivalence* n'a été en effet nettement formulé qu'en 1842 par Mayer; quant au *second principe, celui de Carnot*, c'est seulement dans une série de mémoires parus de 1850 à 1854 que Clausius lui a donné sa forme définitive.

C'est Sadi Carnot qui, dans un ouvrage devenu célèbre plus tard, a posé en 1824 les premières bases de la thermodynamique; à lui seul revient l'honneur d'avoir annoncé que, dans une machine *parfaite*, c'est-à-dire établie dans les meilleures conditions théoriques possibles, le *rendement* de l'appareil est absolument indépendant du corps mis en

œuvre, pourvu qu'on opère entre les mêmes températures extrêmes. La découverte de ce fait capital est due, chez Carnot, à une intuition de génie plutôt qu'à une suite logiquement irréfutable de déductions mathématiques; il admettait d'ailleurs, comme tous ses contemporains, que la chaleur est indestructible de sa nature et que la production de travail dans les machines thermiques résulte du simple passage de la chaleur d'un corps chaud sur un corps froid. Dans une série de notes inédites qui n'ont été publiées que longtemps après sa mort (1), Carnot abandonne cette opinion de l'indestructibilité du calorique et il formule nettement la proportionnalité des effets calorifiques aux effets mécaniques; les chiffres qu'il donne font même ressortir à 370 kilogrammètres l'équivalent mécanique de la calorie. Ces hautes vérités ne furent malheureusement pas connues, et ce n'est que bien plus tard que Mayer découvrit de nouveau et publia le célèbre principe de l'équivalence qui est maintenant l'une des bases fondamentales des sciences appliquées.

§ 2. — Bases sur lesquelles repose la thermodynamique. Légitimité des conséquences obtenues.

La thermodynamique laisse de côté toute hypothèse relative à la cause de la chaleur pour ne s'occuper que de ses effets; elle s'appuie uniquement sur les deux principes expérimentaux dont nous venons de parler et s'efforce d'en déduire toutes les conséquences logiques qui paraissent utiles. L'un d'eux, celui de l'équivalence, est maintenant absolument hors de doute; quant au second, celui de Carnot, sa démonstration repose sur un postulatum dont l'évidence n'est pas complète et qui a donné lieu à de nombreuses controverses. On peut cependant affirmer d'une manière certaine que, au moins pour les corps mis jusqu'ici en œuvre pour produire du travail, l'expérience a montré que le second principe doit être admis comme exact aussi bien que le premier. Si donc, dans les déductions mathématiques basées sur ces deux grandes lois expérimentales, nous ne commettons aucune faute de raisonnement et si nous n'appliquons les principes en question que dans les

(1) *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, réédition de l'ouvrage publié en 1824 par Sadi Carnot avec addition de notes inédites. (Gauthier-Villars, 1878).

cas et les circonstances où ils sont applicables, c'est-à-dire reconnus expérimentalement exacts, nous sommes certains d'arriver à des résultats conformes à la réalité. Malheureusement les conditions précédentes sont loin d'avoir été toujours remplies. Comme nous le verrons, le premier principe ne peut être invoqué avec certitude que dans le cas de *cycles fermés*, c'est-à-dire seulement quand le corps mis en œuvre revient à son état initial. Quant au second principe et aux équations qui en sont déduites, il n'est démontré ou, plutôt, il n'a véritablement de sens que pour les cycles dits *réversibles*, dont nous parlerons tout à l'heure. C'est pour cette raison que certaines formules, obtenues par une suite de calculs mathématiquement exacts mais appliqués à des phénomènes qui ne les comportent pas, donnent des résultats non seulement en désaccord avec l'expérience, mais encore absolument inadmissibles. Il y a là un point capital pour l'ingénieur qui cherche, dans la série souvent longue de ses calculs, à ne jamais perdre de vue la nature réelle des choses.

La certitude que nous devons rencontrer en nous bornant à l'application légitime des deux principes de la *thermodynamique* ne se rencontre pas dans une science qui touche de près à la précédente, à savoir la *théorie mécanique de la chaleur;* dans cette dernière on commence par admettre certaines hypothèses sur la nature du calorique, qui consisterait dans des mouvements dont seraient animées non seulement les particules des corps, mais encore cette chose inconnue, *l'éther*, dont il semble actuellement impossible de nier l'existence, mais dont on ne sait à peu près rien de bien positif, à part le nom qu'on lui a donné. Dans ces conditions, des doutes peuvent subsister sur la valeur pratique des résultats obtenus, aussi n'opérerons-nous pas de cette façon dans l'étude spéciale que nous avons ici en vue.

§ 3. — Premier principe de la thermodynamique : principe de l'équivalence.

Le principe de l'équivalence, publié pour la première fois d'une manière nette et précise en 1842 par le médecin allemand Mayer, peut s'énoncer de la façon suivante.

La chaleur et le travail mécanique sont susceptibles de se transformer l'un dans l'autre, ou plutôt de se remplacer l'un par l'autre à raison de

425 kilogrammètres pour 1 calorie (1); en d'autres termes, toutes les fois que la chaleur est employée uniquement à produire du travail, 1 calorie est anéantie, cesse d'exister quand elle a donné lieu à la production de 425 kilogrammètres et inversement (2). Pour abréger les notations, on désigne le nombre 425 par la lettre E, et le quotient $\frac{1}{E}$ est lui-même souvent remplacé par la lettre A dans un grand nombre de traités de thermodynamique.

§ 4. — Effet de la chaleur sur les corps. Equation de l'équivalence. Energie ou chaleur interne.

Pour être bien compris, le principe de l'équivalence a besoin de quelques explications; il importe en particulier de voir quel effet le calorique produit sur les corps.

En admettant qu'il ne se produise pas de phénomènes électriques, magnétiques ou chimiques, la chaleur a pour effet :

1° D'échauffer le corps, homogène ou non (3), auquel elle est appliquée, c'est-à-dire d'augmenter sa température;

(1) La *calorie* est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de 0° à 1 degré centigrade la température de 1 kg. d'eau ou, pour parler plus exactement, c'est la limite du rapport $\frac{dq}{dt}$ quand t tend vers 0°, dq étant la quantité de chaleur nécessaire pour élever de dt la température de 1 kg. d'eau; en d'autres termes la *calorie* est la *chaleur spécifique* de l'eau à 0°. Quant au nombre 425, c'est celui qui paraît définitivement résulter des dernières recherches des physiciens.

(2) Le principe de l'équivalence n'est qu'un cas particulier des deux lois suivantes : 1° les diverses espèces d'énergie (mécanique, calorifique, électrique, etc.), peuvent se transformer les unes dans les autres suivant des rapports fixes et constants; 2° dans un système qui n'est soumis qu'à ses actions mutuelles, la somme totale d'énergie reste constante.

Aucun des moyens que nous possédons ne nous permet d'anéantir aussi bien que de créer la moindre quantité d'énergie; elle est *indestructible* comme la matière; seulement, à la différence de cette dernière, elle est *transformable* par les ressources dont nous disposons. Tel est le principe de la *conservation de l'énergie*, l'une des bases fondamentales de la science moderne.

(3) Les corps dont il s'agit ici peuvent parfaitement ne pas être homogènes, et consister par exemple en un mélange formé par un liquide et sa vapeur, ou bien par un liquide, sa vapeur et des gaz, etc.; les proportions relatives des substances ainsi mélangées (et supposées sans action chimique les unes sur les autres) varient d'ailleurs constamment, en général, dans le cours des transformations considérées.

2° De donner lieu à un certain travail moléculaire, qui est employé à vaincre les forces provenant des actions mutuelles des molécules;

3° De produire un travail externe dû à ce fait que le corps, en se dilatant, surmonte des obstacles extérieurs;

4° Il peut arriver enfin que les diverses parties non seulement de la substance considérée, mais encore des corps extérieurs qu'elle entraîne dans son mouvement ou auxquels elle imprime des vitesses quelconques, éprouvent des variations de force vive qui, comme on le sait, reviennent à une variation du travail extérieur. Nous partagerons ces dernières en deux catégories : 1° l'accroissement positif ou négatif, $\Sigma m v^2 - \Sigma m v_o^2$, des particules de la substance considérée dont on étudie la transformation; 2° l'accroissement analogue, $\Sigma m V^2 - \Sigma m V_o^2$, relatif aux mécanismes (piston, bielle par exemple) que la substance en question met en mouvement. Pour plus de simplicité, nous confondrons en un seul bloc les forces vives de cette seconde catégorie et le travail extérieur accompli, en posant :

$$\mathfrak{T} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Travail extérieur accompli} \\ \text{par la substance considérée} \end{array} \right. + \frac{1}{2} (\Sigma m V^2 - \Sigma m V_o^2)$$

$\mathfrak{T}$, ainsi défini, est la somme des travaux des forces extérieures et des travaux dus à ce qu'on appelle les *forces d'inertie* des mécanismes en mouvement; nous lui donnerons souvent, à titre de simplification dans le langage, la simple appellation de travail extérieur; mais il doit être bien convenu que cette somme $\mathfrak{T}$ comprend toujours les deux parties ci-dessus.

Ceci posé, considérons un changement survenu dans l'état de la substance *évoluante*, c'est-à-dire échauffée ou refroidie, dilatée ou comprimée, et appelons :

ΔQ la quantité de chaleur (en calories) qui lui a été communiquée (1);

ΔU la quantité inconnue de chaleur qui a été employée à produire l'échauffement et le travail moléculaire;

$\mathfrak{T}$ la somme définie précédemment (évaluée en kilogrammètres).

Le principe de l'équivalence nous permet d'écrire la relation :

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{425} \left[\mathfrak{T} + \frac{1}{2} (\Sigma m v^2 - \Sigma m v_o^2) \right]$$

(1) ΔQ est pris avec le signe + quand il s'agit de chaleur *communiquée* au corps, et avec le signe — dans le cas de chaleur *soustraite*.

ΔQ, $\mathfrak{T}$, $\Sigma\, m\, v^2$ et $\Sigma\, m\, v_o{}^2$ sont des quantités qu'il est possible de mesurer directement, tandis qu'il n'en est pas de même pour ΔU qui renferme le travail moléculaire : ce dernier est en effet inconnu ; mais ce que nous apprend le principe expérimental de Mayer, c'est que, *quand le corps revient à son état initial*, il y a équivalence entre ΔQ et la somme $\mathfrak{T} + \frac{1}{2}(\Sigma\, m\, v^2 - \Sigma\, m\, v_o{}^2)$ à raison de 425 kilogrammètres pour 1 calorie, et par suite on a alors $\Delta U = 0$. Ainsi donc, lorsqu'un corps ou un système de corps partant d'un état initial quelconque y revient après avoir subi une série quelconque de transformations, la somme algébrique des travaux moléculaires accomplis est nulle ; tel est le fait capital qui est la traduction même du principe de l'équivalence.

Nous voyons, d'après ce qui précède, que $\Sigma\Delta U$ est une quantité qui est égale à zéro quand le corps repasse par le même état initial ; en d'autres termes il existe, pour chaque corps de la nature, une fonction U qui ne dépend que de l'état du corps et qui donne, à une constante près, la quantité de chaleur nécessaire pour opérer l'échauffement et le travail moléculaire. Pour exprimer ce fait d'une autre manière, on peut encore dire que la variation éprouvée par la fonction U, quand on passe d'un état à un autre, ne dépend que des deux états extrêmes, et nullement de ceux intermédiaires. La fonction U, dont on ne peut évidemment jamais apprécier que les changements et non la valeur absolue, a reçu le nom de *chaleur interne* ou d'*énergie interne,* ou simplement d'*énergie*.

Il résulte des considérations précédentes que, pour qu'on puisse appliquer le principe de l'équivalence sans avoir à tenir aucun compte de la chaleur interne, *il faut que le corps considéré revienne à son état initial* après avoir subi d'ailleurs n'importe quelle espèce de transformations ; sans cette précaution, on s'expose à commettre des erreurs grossières dont il existe des exemples mémorables dans l'histoire de la thermodynamique (1). C'est là une remarque capitale dont il n'a pas toujours été tenu compte, en particulier dans quelques-unes des expériences qui ont servi à la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur, et c'est à ce titre qu'on les a parfois critiquées. Cette restriction est d'ailleurs la seule à faire au principe de l'équivalence ; la *réversibilité* dont nous parlerons plus loin n'est pas nécessaire : peu im-

(1) Voir le *Rapport sur les progrès de la thermodynamique en France*, par Bertin, et les notes jointes à l'*Exposé de la théorie mécanique de la chaleur*, par Verdet.

porte que la transformation éprouvée par le corps soit réversible ou non, pourvu qu'elle constitue un *cycle fermé*.

Dans le cas où la fonction U est connue théoriquement ou empiriquement, on peut évidemment s'affranchir du retour à l'état initial, mais l'exactitude des résultats obtenus est subordonnée à la connaissance plus ou moins parfaite de cette fonction que nous calculerons plus loin, d'une manière approchée, dans quelques cas simples. Comme nous venons d'ailleurs de le dire, la valeur de l'*énergie* renferme forcément une constante que nous ne pouvons déterminer ; l'expérience n'a en effet de prise que sur les différences de chaleur interne, et ce sont ces dernières qui, seules, entrent dans les formules. Pour ne pas avoir à tenir compte de cette constante, on convient de mesurer l'énergie d'un corps à partir d'un état initial quelconque, arbitrairement choisi, mais toujours le même ; nous adopterons ici celui qui correspond à la température de 0 degré centigrade et à la pression atmosphérique (10334 kg. par mètre carré), de sorte qu'en définitive le nombre que nous prendrons pour valeur de la chaleur interne dans chaque cas particulier, ce sera l'accroissement qu'éprouve la fonction U à partir de l'état ci-dessus.

Remarquons enfin que, dans le cas où la variation de force vive du corps évoluant est nulle ou négligeable, l'équation de l'équivalence se réduit à :

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{425} \mathcal{T}$$

§ 5. — Transformations réversibles.

Dans ce qui va suivre, nous supposerons que le corps évoluant considéré ou, plus généralement, la substance matérielle alternativement échauffée ou refroidie, dilatée ou comprimée a, à tout instant, même température et même force élastique en tous ses points. Nous supposerons ce corps en repos ou du moins sans vitesse notable, sous l'action des forces extérieures qui lui sont appliquées et qui consisteront uniquement en une pression uniforme de p kg. par mètre carré s'exerçant normalement sur toute l'étendue de la surface ; p est, dans ces conditions, précisément égal à la force élastique du corps.

Ceci étant admis, nous supposerons en outre que, toutes les fois que le

corps repasse par la même température et la même pression, le volume v^{mc} occupé par 1 kg. de la substance en question reprend la même valeur. Sans aucun doute, cette hypothèse n'est pas absolument vérifiée par les corps solides en toutes circonstances (1), mais elle est entièrement conforme à la réalité pour les fluides, et, comme ces derniers sont, en définitive, les seuls qui nous intéressent dans notre étude, nous admettrons qu'entre les trois variables p, v, t, on a une relation, généralement inconnue d'ailleurs,

$$f(p, v, t) = 0$$

de sorte que l'état du corps est défini par deux des trois quantités ci-dessus, p et v par exemple, considérées comme variables indépendantes.

La substance matérielle considérée (qui peut d'ailleurs être soit un corps unique, soit un mélange de plusieurs corps, un liquide et sa vapeur par exemple) ayant ainsi, à tout moment, un état parfaitement défini, nous supposerons également que nous ne la mettons en contact qu'avec des corps ayant une température et une pression différant infiniment peu des siennes à chaque instant, et nous admettrons enfin qu'il ne se produit aucun frottement entre ses diverses parties; les changements ou transformations qu'elle subit peuvent alors être évidemment accomplis, à volonté, dans un sens ou dans l'autre, puisqu'il suffit d'un infiniment petit pour renverser le sens du phénomène; les transformations en question sont dites alors *réversibles;* nous ne nous occuperons pour le moment que de celles-ci, sauf à aborder plus tard ce qui concerne les autres (2). Une machine est réversible lorsque, en la faisant mouvoir en sens inverse du sens habituel, on reproduit les mêmes phénomènes en sens contraire, par exemple quand, en dépensant dans la marche rétrograde exactement le travail qui est créé pendant la marche directe, on fait passer du condenseur à la chaudière précisément la quantité de chaleur qui opérait précédemment le trajet inverse.

Il est facile de voir que, dans la pratique, la réversibilité d'un phéno-

(1) Voir les *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 1er novembre 1888, page 416.

(2) On remarquera que, si la condition de différence infiniment petite de température et de pression n'est pas remplie, le corps évoluant n'a plus évidemment, dans toute sa masse, exactement les mêmes valeurs de p et t, de sorte qu'à vrai dire les expressions de *température* et de *pression* du corps évoluant n'ont plus alors de sens précis; il en est évidemment de même des représentations graphiques qui seront faites prochainement.

mène thermique ne peut être obtenue qu'en supposant des variations de température infiniment lentes dans le corps alternativement échauffé et refroidi, et une vitesse infiniment petite dans les mécanismes en mouvement (1) : la réversibilité est donc un phénomène limite qui n'est jamais rigoureusement atteint dans les machines thermiques, et dont on s'éloigne parfois notablement dans les applications industrielles ; sa réalisation est cependant nécessaire pour que les formules qui vont suivre soient l'expression mathématique de la réalité.

On voit combien sont nombreuses les restrictions qui précèdent, et il est à coup sûr fâcheux que l'état actuel de la science ne permette pas de les faire disparaître ; mais il ne faut pas se dissimuler que l'étude des cas plus complexes est à peine ébauchée, et que le champ qu'il reste à parcourir est des plus vastes et, en certains points, des plus obscurs.

En terminant ce qui concerne ce sujet, il est essentiel de faire remarquer que la relation $f(p, v, t) = 0$, quand elle est connue, ne doit être considérée comme représentant les phénomènes réels que dans les limites mêmes où les physiciens ont procédé aux observations qui ont conduit à son établissement ; aller arbitrairement en deçà ou au delà, comme on l'a fait plus d'une fois, ce serait marcher dans l'inconnu, pour aboutir à des conclusions qui ne seraient nullement justifiées.

§ 6. — Courbe représentative d'une transformation. Cycles.

Si l'on prend deux axes rectangulaires sur lesquels on porte v et p en abscisses et en ordonnées, l'état d'un corps peut, dans les conditions qui viennent d'être énumérées, être représenté par un point tel que A et une

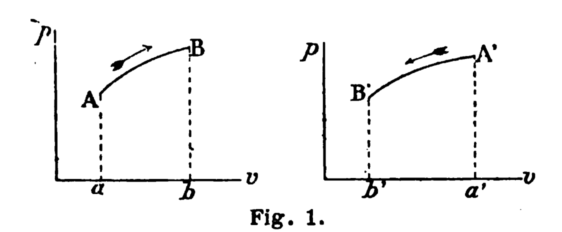


Fig. 1.

transformation de l'état A à l'état B, par une courbe continue AB (fig. 1).

(1) La différence de pression étant supposée infiniment petite entre la substance évoluante et les corps extérieurs, la vitesse de celle-ci reste (à un infi-

On voit de plus que le travail extérieur accompli par le corps sollicité uniquement par les forces normales p est égal à $\int_a^b p\,dv$, c'est-à-dire en valeur absolue à l'aire A B b a. Si, pour une transformation infiniment petite, le volume v augmente, il y a évidemment travail extérieur accompli par le corps; dans le cas inverse, comme de A' en B', ce sont au contraire les objets extérieurs qui produisent du travail sur le corps considéré; en d'autres termes, il y a une dépense de travail externe; c'est un travail *résistant* et non plus *moteur*. On exprime ce fait d'une manière générale en disant que le travail (positif ou négatif) *produit* par le corps est égal à $\int p\,dv$, cette intégrale étant prise de l'état initial à l'état final.

Si le corps revient à son état primitif après une série de transformations quelconques (fig. 2), la courbe ABCD est fermée, et on dit que la substance décrit un *cycle fermé* ou simplement un *cycle* [1], et le travail *produit* par celle-ci est égal à l'aire ABCD, prise positivement ou négativement, suivant que l'évolution a lieu dans le sens des flèches ou en sens contraire.

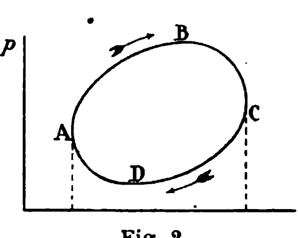


Fig. 2.

D'après ce que nous avons dit, la transformation et le cycle sont *réversibles* quand il suffit de changer le sens de la marche du phénomène (par exemple le sens de rotation de la machine thermique) pour que le corps parcoure en sens inverse la courbe figurative qu'il avait décrite dans le mouvement direct. Comme nous l'avons annoncé, les phénomènes réversibles sont les seuls auxquels nos équations seront rigoureusement applicables, sauf toutefois celle de l'équivalence pour laquelle cette restriction n'est pas nécessaire; tel est précisément le fait qui, dans l'état actuel de la science, limite considérablement le champ des applications pratiques de la thermodynamique. En particulier, l'écoulement des gaz et des vapeurs est un phénomène essentiellement irréversible; il en est évidemment de même pour le frottement, tandis que le

niment petit près) constante, et par suite nulle, puisque nous la supposons telle à l'origine; on remarquera d'ailleurs qu'il suffit que la vitesse soit infiniment petite du premier ordre pour que la force vive soit un infiniment petit du second. C'est pour cela que nous considérerons les particules du corps évoluant comme n'acquérant jamais de vitesses sensibles, et leurs forces vives comme nulles.

(1) Quand le corps ne reviendra pas à son état initial, nous emploierons le terme de *transformation*.

contraire a lieu pour les changements d'état des corps qui relèvent par conséquent des équations que nous établirons tout à l'heure.

Remarquons, en terminant ce sujet, que, pour qu'il y ait réellement cycle parcouru avec travail produit, il faut évidemment que l'état du corps évoluant dépende de deux variables indépendantes, de façon que, pour un même volume, la pression p puisse avoir plusieurs valeurs, sans quoi la courbe figurative BA, correspondant à la période de retour *ba*, se confondrait avec la courbe d'aller AB (fig. 3), et on se bornerait à défaire identiquement, en tous points, ce qui avait été réalisé un instant auparavant, sans que la machine thermique ait créé aucun travail.

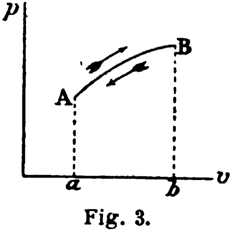


Fig. 3.

§ 7. — Courbes isothermes. Courbes adiabatiques.

Si la transformation éprouvée par le corps se fait à température constante, la courbe figurative décrite AB est dite *isotherme* (fig. 4).

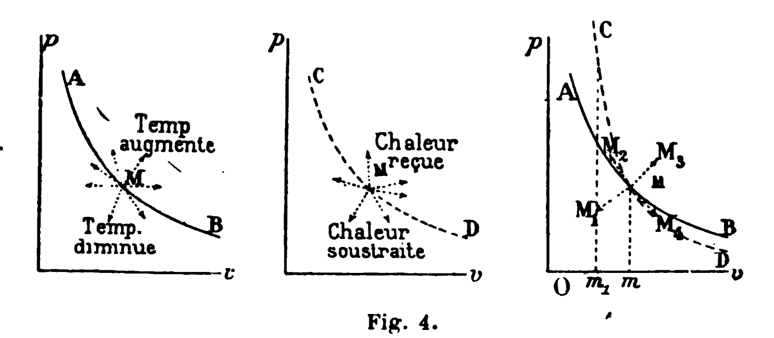


Fig. 4.

Si la transformation s'accomplit sans qu'on communique de la chaleur au corps, ou sans qu'on lui en enlève, la courbe figurative CD porte le nom d'*adiabatique*, ou encore d'*isentropique*, parce qu'une certaine fonction dite *entropie* conserve la même valeur pendant le changement opéré ; on l'appelle quelquefois aussi *ligne de transmission nulle.*

Soit M le point figuratif de l'état d'un corps, traçons l'isotherme et l'adiabatique qui passent en M : il est bien clair que, dans la transformation MM_1, il y a diminution de température et soustraction de chaleur, puisque, pour un même volume Om_1, on a une pression plus faible que

si l'on marchait le long de l'isotherme MA ou de l'adiabatique MC. (1). On verrait de même que:

De M en M_2, il y a élévation de température et soustraction de chaleur;

De M en M_3, il y a élévation de température et communication de calorique;

Enfin, de M en M_4, il y a abaissement thermométrique et réception de chaleur.

Dans la thermodynamique, on fait un fréquent usage des isothermes et des adiabatiques; mais, comme il importe essentiellement de le remarquer, le tracé de ces lignes ne doit être considéré comme correspondant à la réalité que dans les limites où ont été faites les expériences des physiciens.

§ 8. — Cycle de Carnot.

Parmi les cycles réversibles, l'un des plus remarquables est celui qui a été considéré par Carnot dans ses *Réflexions sur la puissance*

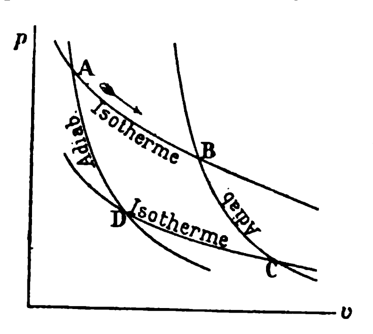


Fig. 5.

motrice du feu : il se compose de deux isothermes AB,CD et de deux adiabatiques BC,DA et donne lieu à l'évolution suivante (fig. 5) :

(1) Ces courbes sont évidemment disposées comme l'indiquent les figures, l'adiabatique passant au-dessous de l'isotherme pour tout volume supérieur à O*m*, puisque l'expérience prouve qu'un corps qui se dilate, sans qu'on lui fournisse de chaleur, diminue de température et acquiert par suite une pression moindre que si *t* restait constant. Pour les substances peu nombreuses où une augmentation adiabatique du volume fait augmenter *t*, les physiciens ont constaté que, pour une même pression, le volume varie alors en sens contraire de la température, de sorte que les deux courbes en question se coupent encore de la même manière, mais nous ne nous occuperons pas de ces cas particuliers.

1° De A en B le corps se dilate et conserve une température constante T_1 grâce à l'emploi d'une source indéfinie de chaleur ayant précisément cette température ; cette source empêche le refroidissement qui se produirait évidemment sans cela.

2° De B en C il y a encore augmentation de volume, mais sans qu'il y ait de calorique communiqué ou soustrait au corps ; en d'autres termes, celui-ci est supposé se dilater dans une enveloppe absolument imperméable à la chaleur, et il se refroidit par conséquent.

3° De C en D le corps est comprimé et mis en même temps en communication avec une source froide qui le maintient constamment à la température $T_2 < T_1$, à laquelle l'avait amené au point C la dilatation adiabatique BC.

4° Enfin, en un point D convenablement choisi sur l'isotherme CD, on supprime tout contact avec la source froide et on continue la compression sans communiquer et sans soustraire de chaleur au corps ; on revient ainsi au point de départ A et la substance matérielle a subi une évolution complète ; le cycle est fermé et il y a eu production d'un travail moteur représenté par l'aire curviligne ABCD, après quoi les choses peuvent recommencer indéfiniment de la même manière, les échanges de chaleur avec les sources ayant lieu uniquement aux deux températures constantes T_1 et T_2.

Comme nous le verrons bientôt, de tous les cycles possibles il n'y en a aucun autre permettant de convertir plus de travail en chaleur dans l'intervalle des températures extrêmes T_1 et T_2, entre lesquelles le corps opère son évolution ; en d'autres termes, il n'y a pas de cycle ayant un *rendement* plus élevé.

§ 9. — **Cycle réversible quelconque.**

Considérons un cycle réversible quelconque avec sa courbe fermée figurative et menons les deux adiabatiques et les deux isothermes qui lui sont tangentes. On voit de suite, d'après ce qui a été dit précédemment, que, dans l'arc ou trajet ABA', le corps reçoit de la chaleur tandis qu'il en restitue dans le parcours A'CA (fig. 6). On reconnait de même qu'il y a augmentation de température le long de l'arc IBI' et diminution en I'CI ; T_1 et T_2 sont les températures extrêmes atteintes par le corps.

Si l'évolution, au lieu de s'accomplir dans le sens de la flèche *f* comme nous l'avons supposé, s'opérait en sens contraire, ce seraient les phéno-

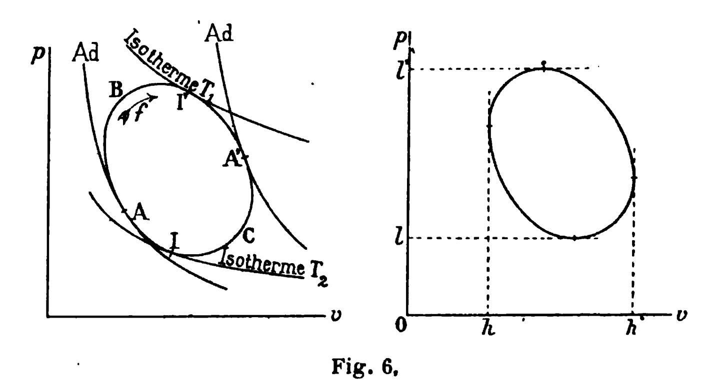


Fig. 6.

mènes inverses qui se produiraient, comme on s'en rend compte de suite.

On remarquera également que, si l'on mène les horizontales et les verticales qui sont tangentes au cycle, *o l* et *o l'* sont les valeurs minimum et maximum des pressions atteintes, tandis que *o h* et *o h'* donnent le renseignement analogue pour les volumes.

§ 10. — Equation de l'équivalence dans le cas de phénomènes réversibles.

En nous plaçant dans les hypothèses énumérées au paragraphe 5 pour les phénomènes réversibles, les forces vives du corps évoluant sont nulles ou négligeables et l'équation de l'équivalence devient

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E} \mathfrak{T}$$

ou bien, pour une transformation infiniment petite,

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p\, dv$$

E étant l'équivalent mécanique de la chaleur, soit 425 avec les unités adoptées.

§ 11. — Traduction analytique du premier principe de la thermodynamique.

De l'équation précédente on déduit

$$d\,U = d\,Q - \frac{1}{E}\,p\,dv$$

Comme nous l'avons dit (§ 4), U est une fonction réellement existante de p et de v ; $d\,U$ est donc une différentielle exacte et par suite il en est de même de la différence

$$d\,Q - \frac{1}{E}\,p\,dv$$

Telle est la traduction analytique du principe de Mayer ; en d'autres termes l'intégrale

$$\int \left(d\,Q - \frac{1}{E}\,p\,dv \right)$$

existe ; c'est une fonction de p et de v.

§ 12. — Quantité de chaleur communiquée à un corps qui décrit un cycle fermé. Décomposition d'un cycle en plusieurs autres.

Si un corps partant d'un état initial quelconque A y revient après avoir décrit un cycle, la fonction U reprend la même valeur (§ 4), et par suite on a alors (fig. 7)

$$\int \left(d\,Q - \frac{1}{E}\,p\,dv \right) = 0$$

$$Q = \frac{1}{E} \int p\,dv = \frac{1}{E} \text{ aire H}$$

Fig. 7.

Dans le cas particulier où le corps, après avoir éprouvé la transformation AB, subit ensuite la transformation BA, ce qui est possible en

vertu de la réversibilité, l'aire H est nulle, de sorte que $Q = 0$ (fig. 8).

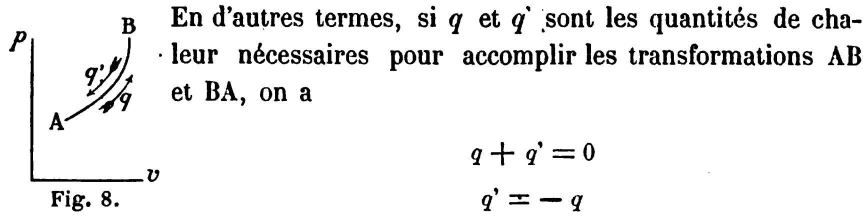


Fig. 8.

En d'autres termes, si q et q' sont les quantités de chaleur nécessaires pour accomplir les transformations AB et BA, on a

$$q + q' = 0$$

$$q' = -q$$

Il résulte immédiatement de là qu'un cycle ABCDA peut, sans que rien soit changé au point de vue du travail et de la chaleur, être remplacé par deux autres tels que ABDA et BCDB (fig. 9), puisque dans le double

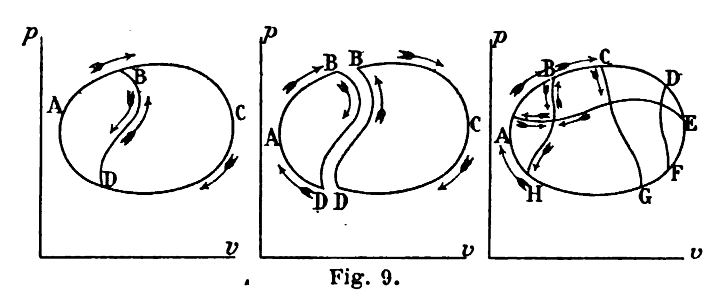


Fig. 9.

trajet ainsi ajouté BD et DB les effets thermiques se détruisent entre eux ainsi que les effets mécaniques. On peut même, évidemment, multiplier autant qu'on le veut la décomposition en question au moyen de lignes telles que BH, CG,..., AE,... etc.

§ 13. — Quantité de chaleur Q communiquée à un corps qui accomplit une transformation donnée.

Si le corps considéré subit de A en B une transformation représentée par la courbe AMB, on a (fig. 10)

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p\, dv$$

D'où

$$Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E}\int p\, dv = U_2 - U_1 + \frac{1}{E} \text{ aire } ABba$$

Fig. 10.

U_2 et U_1 étant les valeurs de la chaleur interne correspondant aux états B et A du corps. La détermination de Q suppose, comme on le

voit, non seulement la connaissance du trajet AMB, mais encore celle de l'accroissement $U_2 - U_1$ de la fonction U.

§ 14. — Représentation graphique de la quantité de chaleur Q nécessaire pour produire une transformation donnée.

L'équation (§ 13)

$$Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E}\int p\,dv$$

a été quelquefois traduite géométriquement de la manière suivante [1] : imaginons qu'on connaisse assez les propriétés du corps considéré pour qu'on puisse tracer l'*adiabatique* du point B et la *courbe d'égale énergie* qui passe en A (fig. 11) ; si on applique l'équation de l'équivalence à la transformation BD de B en D, on a

$$\int dQ = \int dU + \frac{1}{E}\int p\,dv$$

c'est-à-dire

$$0 = U_1 - U_2 + \frac{1}{E}\text{ aire B D } d\ b$$

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{E}\text{ aire B D } d\ b$$

Fig. 11

D'où pour expression de la quantité Q calculée plus haut

$$Q = \frac{1}{E}\text{ aire A B } b\ a + \frac{1}{E}\text{ aire B D } d\ b$$

$$Q = \frac{1}{E}\text{ aire A B D } d\ a$$

Dans le cas où le point B serait au-dessous de la courbe d'égale énergie AD, on aurait $U_2 < U_1$ et par suite l'aire B D *d b* devrait être prise négativement ; la même remarque est applicable à l'aire A B *b a* quand le volume O*a* va en diminuant et non plus en augmentant, la quantité Q représentant d'ailleurs de la chaleur *communiquée* au corps quand elle a le signe +, et de la chaleur *soustraite* dans le cas contraire.

(1) Voir la *Théorie élémentaire des machines à air chaud* par Cazin.

Le tracé précédent peut être fait d'une manière plus générale en opérant comme il suit : menons les deux adiabatiques qui passent en A et en B ainsi qu'une ligne d'égale énergie quelconque GH correspondant à $U = U_0$ par exemple ; on a toujours (fig. 12)

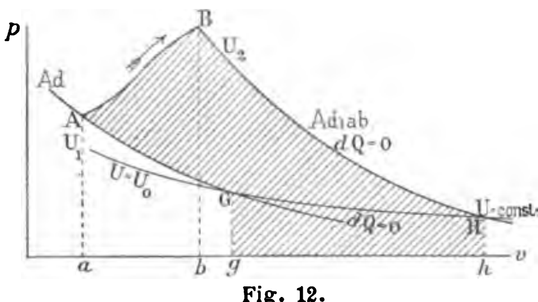


Fig. 12.

$$Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E} \text{ aire } A\,B\,b\,a$$

Or, en appliquant successivement l'équation de l'équivalence de B en H et de A en G, on a comme tout à l'heure

$$U_2 - U_0 = \frac{1}{E} \text{ aire } B\,H\,h\,b$$

$$U_1 - U_0 = \frac{1}{E} \text{ aire } A\,G\,g\,a$$

et par suite

$$Q = \frac{1}{E} \text{ (aire } A\,B\,b\,a + \text{aire } B\,H\,h\,b - \text{aire } A\,G\,g\,a)$$

$$Q = \frac{1}{E} \text{ aire } A\,B\,H\,h\,g\,G\,A$$

L'aire en question est représentée par des hachures sur la figure.

Dans le cas particulier où la courbe d'égale énergie passe par le point A, on retombe sur la première construction indiquée. Si on la mène par le point B, on a alors le tracé ci-contre (fig. 13).

Fig. 13.

D'une manière générale il convient de remarquer que si l'on trace les courbes d'égale énergie passant en A et en B, ainsi que des adiabatiques en nombre quelconque (relatives à 1 kilog. du corps considéré), les aires hachées représentent toutes la même diminution $U_2 - U_1$ de la fonction U et leur valeur commune est $E\,(U_2 - U_1)$. On voit en définitive que dans la relation

$$Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E} \int p\,dv$$

la différence $U_2 - U_1$ peut se déterminer graphiquement de bien des manières.

Les tracés qui précèdent ont l'avantage de rendre bien visible dans chaque cas particulier la valeur de la quantité Q; mais dans la pratique il arrive en général que les adiabatiques et les courbes d'égale énergie se coupent sous des angles très aigus, de sorte que le calcul exact des aires déterminées par leurs points d'intersection manque de précision; nous verrons plus tard un autre mode graphique de représenter la quantité Q, qui n'a pas cet inconvénient (§ 37).

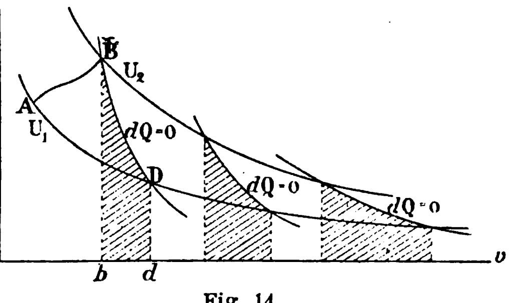


Fig. 14.

§ 15. — Autre expression de la quantité de chaleur *d*Q communiquée à un corps qui éprouve une transformation réversible infiniment petite.

Supposons qu'un corps passe de l'état A (p,v,t) à l'état infiniment voisin B $(p+dp,\ v+dv,\ t+dt)$ et appelons dQ la quantité de chaleur, en calories, qui a été communiquée au corps dans cette opération. Par les points A et B (fig. 15) menons des parallèles aux axes coordonnés et imaginons qu'on fasse décrire à la substance considérée le cycle fermé ACBA dans le sens des flèches. Désignons par C la *chaleur spécifique du corps à pression constante* et par c sa *chaleur spécifique à volume constant* (1); C et c sont des fonctions, généralement inconnues, de p et de v. Si nous appelons dt_1 et dt_2 les augmentations de température qui se produisent de A en C

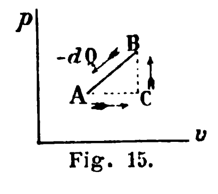


Fig. 15.

(1) Lorsqu'un corps éprouve une transformation infiniment petite quelconque MN (fig. 16) dans laquelle sa température s'élève de $dt°$ pendant qu'il reçoit dq calories, *la chaleur spécifique relative à cette transformation* est par définition $\frac{dq}{dt}$; C et c sont les chaleurs spécifiques en question relatives aux cas où la ligne MN est parallèle à l'axe des v ou des p.

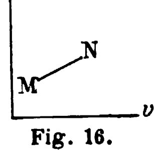


Fig. 16.

et de C en B, les quantités de chaleur qui correspondent aux transformations AC,CB et BA sont, par définition, respectivement égales à

$$C\,dt_1 \quad \text{ou} \quad C\,\frac{dt}{dv}\,dv$$

$$c\,dt_2 \quad \text{ou} \quad c\,\frac{dt}{dp}\,dp$$

$$-\,dQ$$

$\frac{dt}{dv}$ et $\frac{dt}{dp}$ étant, bien entendu, les *dérivées partielles* de la fonction $t = f\,(p, v)$ par rapport à v et à p.

Le cycle ACB étant fermé, nous pouvons lui appliquer le principe de l'équivalence, ce qui donne

$$C\,\frac{dt}{dv}\,dv + c\,\frac{dt}{dp}\,dp - dQ = -\,\frac{1}{E}\ \text{aire ACB}$$

Or l'aire ACB, dont les trois côtés sont infiniment petits, est une quantité infiniment petite du second ordre [1], tandis que les termes de l'autre membre sont du premier ordre ; on peut donc, suivant les règles du calcul infinitésimal, écrire l'égalité

$$C\,\frac{dt}{dv}\,dv + c\,\frac{dt}{dp}\,dp - dQ = 0$$

$$dQ = C\,\frac{dt}{dv}\,dv + c\,\frac{dt}{dp}\,dp$$

Telle est précisément la relation que nous nous proposions d'obtenir. On remarquera que sa démonstration repose sur le principe de l'équivalence ; opérer autrement en l'écrivant à priori sans s'appuyer sur ce principe, ce serait admettre que la chaleur reçue ou abandonnée par un corps ne dépend que des états extrêmes considérés et non pas des phases intermédiaires de la transformation ; en d'autres termes, ce serait revenir aux anciennes idées des physiciens, celles de l'indestructibilité du calorique.

(1) Cette ingénieuse considération a été employée depuis longtemps pour la démonstration qui nous occupe. Voir en particulier la *Thermodynamique* de Viry, page 95.

§ 16. — Autres expressions de dQ.

L'expression précédente de dQ peut se transformer analytiquement de plusieurs manières :

1° Prenons v et t pour variables indépendantes, au lieu de v et de p, on a pour la *différentielle totale* dt de la fonction t :

$$dt = \frac{dt}{dp}\, dp + \frac{dt}{dv}\, dv$$

D'où

$$\frac{dt}{dp}\, dp = dt - \frac{dt}{dv}\, dv$$

En portant cette valeur dans l'expression trouvée pour dQ, on a

$$dQ = c\, dt + (C - c)\, \frac{dt}{dv}\, dv$$

ce qu'on écrit souvent :

$$dQ = c\, dt + l\, dv$$

en posant

$$l = (C - c)\, \frac{dt}{dv}$$

c et l sont des fonctions de v et de t. Nous avons déjà parlé de c ; quant à l, c'est ce qu'on appelle la *chaleur de dilatation à pression constante* ; on désigne ainsi en effet le rapport $\frac{dQ}{dv}$ quand la température reste constante, c'est-à-dire quand $dt = 0$.

2° Prenons maintenant p et t pour variables indépendantes. Comme on a

$$\frac{dt}{dv}\, dv = dt - \frac{dt}{dp}\, dp$$

on en déduit de suite

$$dQ = C\, dt - (C - c)\, \frac{dt}{dp}\, dp$$

ou

$$dQ = C\, dt + g\, dp$$

en posant

$$g = -(C - c)\frac{dt}{dp}$$

g est ce qu'on nomme la *chaleur de dilatation à volume constant*; par définition cette chaleur est en effet la valeur qu'acquiert $\frac{dQ}{dp}$ quand $dt = 0$.

3° Nous verrons enfin plus loin (§ 40) que les expressions qui viennent d'être calculées sont susceptibles de se mettre sous d'autres formes encore, en remplaçant *l* et *g* par des valeurs que nous obtiendrons plus tard (§ 39) [1].

§ 17. — Valeurs de *d*Q quand la transformation a lieu à température constante.

On a souvent à considérer le cas où la transformation éprouvée par le corps se fait à température constante; *dt* étant alors égal à zéro, on a

$$dQ = l\,dv = (C - c)\frac{dt}{dv}\,dv \quad (^2)$$

et

$$dQ = g\,dp = -(C - c)\frac{dt}{dp}\,dp$$

pour $dt = 0$

(1) Ces nouvelles formes de *d*Q sont

$$dQ = c\,dt + \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\,dv$$

et

$$dQ = C\,dt - \frac{T}{E}\,\frac{dv}{dt}\,dp$$

(2) Ou bien encore (§ 16)

$$dQ = \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\,dv$$

et

$$dQ = -\frac{T}{E}\,\frac{dv}{dt}\,dp$$

pour $dt = 0$

§ 18. — Second principe de la thermodynamique ou principe de Carnot. Cas auxquels il s'applique.

Le premier principe de la thermodynamique nous fait connaître quel est le nombre des calories qui doivent être anéanties pour donner lieu à la production d'un travail déterminé ; mais, pour utiliser la chaleur dans nos appareils, il ne suffit pas qu'elle existe, il faut encore qu'elle se trouve dans certaines conditions. « Le lac de Genève, au jour le plus froid de l'hiver le plus rigoureux, contient assez de chaleur pour faire bouillir pendant des siècles toutes les chaudières du monde entier. Les physiciens l'ont enseigné, mais jamais ils n'ont cru cette chaleur disponible [1]. » Il est évidemment essentiel d'apprendre quelles sont au juste les conditions dont nous venons de parler, et c'est là précisément le point délicat dont la solution est donnée par le principe de Carnot : celui-ci nous fait savoir que, pour tirer parti du calorique, il faut qu'il y ait chute de température et, étant donnée une certaine chute, il nous apprend quelle fraction maximum de la quantité de chaleur dépensée nous pouvons convertir industriellement en travail.

Pour bien comprendre l'énoncé du principe en question, il est nécessaire de savoir à quel problème il correspond, et c'est ce dont nous allons nous préoccuper tout d'abord : nous supposons que nous avons affaire à une machine industrielle marchant d'une manière continue et produisant indéfiniment du travail ; il est en outre toujours bien entendu que les phénomènes auxquels est soumis le corps évoluant sont réversibles, et qu'il ne se produit aucune action chimique, électrique, etc. [2]. Dans ces conditions le fluide employé (l'eau et sa vapeur par exemple) reçoit une certaine quantité de calories, crée de la puissance mécanique, puis est évacué au condenseur et retourne à la chaudière après avoir décrit un cycle complet ; dans le cas qui nous sert d'exemple, il peut arriver que la vapeur s'échappe à l'air libre ; mais l'eau d'alimentation employée est identique à celle qui provient de la condensation opérée dans l'atmosphère, de sorte que les choses se passent évidemment pour nous comme

(1) Bertrand, *Thermodynamique*, page 62.
(2) En particulier ce qui se passe dans les machines à gaz ainsi que dans tous les appareils à explosion ou à combustion dans le cylindre est exclu de notre étude.

si c'étaient toujours les mêmes particules du corps évoluant qui reviennent à l'état initial. Il en est encore ainsi pour une machine à air chaud et, d'une manière générale, on peut dire que les appareils thermiques qui font l'objet de notre étude sont ceux dans lesquels le corps qui sert à transformer la chaleur en travail revient périodiquement à son état initial, après n'avoir éprouvé que des transformations réversibles.

§ 19. — **Énoncé du principe de Carnot.**

Carnot est le premier qui ait annoncé que le maximum de travail qu'on peut obtenir avec une quantité de chaleur donnée et entre deux températures données est, dans les conditions qui viennent d'être indiquées, indépendant de la nature du corps mis en œuvre. La démonstration ou plutôt la justification que Carnot a donnée de ce fait capital ne saurait être admise, maintenant que la chaleur n'est plus considérée comme indestructible, et c'est à Clausius qu'appartient l'honneur d'avoir repris la question et d'avoir donné au principe ci-dessus sa forme définitive qui peut être formulée ainsi qu'il suit.

Le *maximum* de rendement qu'on peut obtenir, *entre deux températures données*, avec une machine thermique, est indépendant de la nature du corps qui est employé pour convertir la chaleur en travail. Ce qu'on appelle d'ailleurs *rendement* dans le cas actuel, c'est la fraction de *chaleur dépensée* qui est convertie en travail ; si par exemple le corps mis en œuvre reçoit dans un temps donné Q_1 calories de la chaudière et en abandonne Q_2 au condenseur (Q_2 étant plus petit que Q_1), on désigne sous le nom de rendement le rapport

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

et c'est à juste titre qu'on agit ainsi, puisque *ce qui coûte* dans une machine, c'est la quantité Q_1 de calorique empruntée à la source chaude, tandis que *ce qu'on obtient*, c'est E $(Q_1—Q_2)$ kilogrammètres correspondant à $Q_1—Q_2$ calories [1].

(1) Comme nous le dirons bientôt, une machine thermique pourrait parfaitement fonctionner avec une source chaude ayant la température ambiante et une *source maintenue froide* ; ce serait alors évidemment le réfrigérant qui serait la cause de dépenses ; ce qui coûterait, ce serait l'enlèvement des Q_2

Si l'on désigne par T_1 et T_2 les températures (constantes) des deux sources d'échauffement et de refroidissement (chaudière et condenseur), le second principe de la thermodynamique est donc exprimé par la relation

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = F\,(T_1,\ T_2)$$

F étant une fonction qui est indépendante de la nature du corps mis en œuvre quand on se trouve dans les conditions du maximum théorique de rendement.

Les raisonnements employés par Carnot pour la justification de cette loi capitale s'appuient sur l'hypothèse inexacte de l'indestructibilité du calorique et ne sont par conséquent pas valables. Une autre démonstration était donc nécessaire ; on en est redevable à Clausius, qui a en outre déterminé la valeur de cette fonction remarquable F qui est la même pour tous les corps.

§ 20. — **Postulatum de Clausius.**

La démonstration de Clausius est basée sur le postulatum suivant : « La chaleur ne peut *d'elle-même* (ou *sans compensation*) passer d'un corps froid à un corps plus chaud. »

Ce postulatum n'est pas, à coup sûr, d'une évidence absolue et, bien qu'il n'ait jamais été mis en défaut, il a donné lieu à de longues et nombreuses controverses (1). On peut, au moins pour l'étude qui nous occupe, lui substituer le suivant qui est l'une des bases des *Réflexions* de Carnot (2) et dont le sens est plus net et plus précis : dans toute machine thermique où le corps mis en œuvre revient périodiquement à son état initial, *il ne peut y avoir de travail produit s'il n'y a pas de chute de température.* Cet énoncé est conforme à ce que nous enseigne l'expérience de chaque jour : il n'existe actuellement aucune machine thermique du

calories nécessaires pour empêcher l'échauffement de la source froide. Ce qu'il conviendrait alors d'appeler rendement, ce serait le rapport $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2}$; mais de semblables machines ne sont pas employées pour la production industrielle du travail mécanique.

(1) Voir la *Théorie mécanique de la chaleur*, par Clausius, 2e édition, page 456.
(2) *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, par Carnot, page 5.

genre précédent, qui produise du travail et où le fluide moteur ait la même température à l'entrée et à la sortie (à la chaudière et au condenseur par exemple). Nous admettons en outre, avec Carnot et Clausius, qu'*il ne peut en exister*.

§ 21. — Démonstration de l'égalité de rendement dans les cycles de Carnot réalisés avec divers corps évoluant entre les mêmes températures.

Considérons deux machines thermiques fonctionnant avec des corps différents, suivant des cycles de Carnot, entre les mêmes températures T_1 et T_2, T_1 étant plus grand que T_2. Faisons marcher ces appareils à des allures telles que, dans le même temps, ils abandonnent l'un et l'autre au réfrigérant le même nombre de calories Q_2 et appelons Q_1 et Q'_1 les quantités de chaleur respectivement reçues de la source chaude pendant la même période (fig. 17).

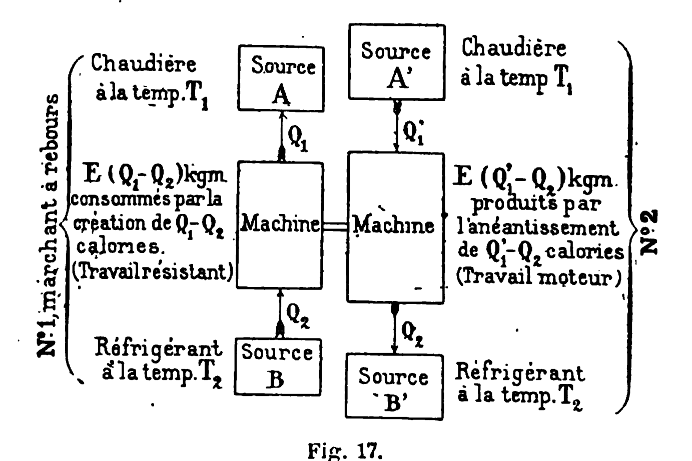


Fig. 17.

Relions maintenant invariablement les deux machines l'une avec l'autre (au moyen d'engrenages par exemple), en faisant tourner la première à rebours, c'est-à-dire en sens inverse du sens habituel ; celle-ci, *qui par hypothèse est réversible*, va alors *non plus produire*, mais *consommer* E (Q_1—Q_2) kilogrammètres en comprimant le fluide employé, qu'elle aspire maintenant en B pour le refouler en A en le faisant passer

de la température T_2 à la température T_1. Comme d'ailleurs la source B' reçoit précisément autant de calories Q_2 que la source B en dépense dans le même temps et qu'elles ont toutes deux la même température, on peut les supposer réunies entre elles sans communication avec le monde extérieur, et par suite l'ensemble des machines 1 et 2 constitue un tout unique qui n'a de relations avec le dehors que par les sources A' et A. Celles-ci étant à la même température, il ne peut, en vertu du postulatum de Clausius, y avoir aucun travail produit ; or la puissance développée par l'ensemble des deux appareils conjugués a pour valeur

$$E\,(Q'_1 - Q_2) - E\,(Q_1 - Q_2)$$

ou

$$E\,(Q'_1 - Q_1)$$

On a donc forcément

$$E\,(Q'_1 - Q_1) \leqq 0$$

$$Q'_1 \leqq Q_1$$

D'autre part la machine n° 2 étant, par hypothèse, réversible comme l'autre, on verrait de la même manière que, si on accouple les deux appareils en faisant tourner le n° 2 à rebours au lieu du n° 1, on a

$$Q_1 \leqq Q'_1$$

De cette double inégalité il résulte que

$$Q_1 = Q'_1$$

et par conséquent les rendements respectifs

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{et} \quad \frac{Q'_1 - Q_2}{Q'_1}$$

sont égaux quelle que soit la nature des corps employés. Tel est le fait capital découvert par Carnot.

§ 22. — Détermination de la valeur du rendement dans le cycle de Carnot.

Le rendement dans le cycle de Carnot étant indépendant de la nature du corps employé, déterminons sa valeur pour l'hydrogène par exemple

qui, pour toutes les températures et pour toutes les pressions que nous avons besoin de considérer et même bien au delà, obéit aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac d'une façon à peu près aussi rigoureuse que le feraient, en toutes circonstances, les corps hypothétiques auxquels on a donné le nom de *gaz parfaits* (1).

La relation caractéristique du corps

$$f(p, v, t) = 0$$

est alors

$$p\,v = p_o\,v_o\,\frac{1 + \alpha\,t}{1 + \alpha\,t_o} = p_o\,v_o\,\frac{\frac{1}{\alpha} + t}{\frac{1}{\alpha} + t_o}$$

ou

$$p\,v = \mathrm{R}\,(273 + t) = \mathrm{RT}$$

en posant, suivant l'usage, $\mathrm{T} = 273 + t$ et en désignant par R un coefficient numérique qui, pour l'hydrogène et avec les unités que nous avons adoptées, est égal à 422,48 (§ 44).

On déduit de là

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{\mathrm{R}} \qquad \frac{dt}{dv} = \frac{p}{\mathrm{R}}$$

et par suite la relation (§ 15)

$$d\mathrm{Q} = \mathrm{C}\,\frac{dt}{dv}\,dv + c\,\frac{dt}{dp}\,dp$$

dans laquelle $d\mathrm{Q}$ a le signe + ou —, suivant qu'il s'agit de chaleur reçue ou abandonnée par le corps, devient

$$d\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{C}p}{\mathrm{R}}\,dv + \frac{cv}{\mathrm{R}}\,dp$$

D'où

$$\frac{d\mathrm{Q}}{\mathrm{T}} = \mathrm{C}\,\frac{dv}{v} + c\,\frac{dp}{p}$$

Or l'expérience prouve que, pour les gaz très éloignés de leur point

(1) De 0° à + 100° l'erreur résultant de l'emploi d'un thermomètre à hydrogène à volume constant (par rapport à ce que donnerait un gaz parfait) est si faible qu'on ne sait pas au juste quel est son signe. A — 100° et peut-être même à — 200°, elle est négligeable.

de liquéfaction et en particulier pour l'hydrogène, C et c peuvent être considérés comme indépendants de p et de v, c'est-à-dire comme étant des constantes; la quantité $\frac{dQ}{T}$ est donc la différentielle de l'expression [1]:

$$C \text{ logn } v + c \text{ logn } p$$

qui est une fonction de p et de v; par suite, lorsque le gaz en question revient à son état initial après avoir décrit un cycle fermé, l'intégrale $\int \frac{dQ}{T}$ est égale à zéro, puisque p et v et par suite la fonction C logn v + c logn p reprennent leurs valeurs primitives.

Ceci posé, remarquons que, dans le cycle de Carnot, $\int \frac{dQ}{T}$ est évidemment nul pour les deux côtés adiabatiques, puisqu'en chaque point de ceux-ci $dQ = 0$; pour les deux côtés isothermes, T est constant et égal à T_1 et T_2. On a donc alors

$$\int \frac{dQ}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

ou bien, en désignant par Q_2 la valeur arithmétique de la quantité de chaleur abandonnée au réfrigérant (et non plus une valeur algébrique négative),

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

et par suite

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

relation qui donne pour tous les corps et dans les conditions indiquées plus haut la valeur du rendement cherché.

Dans l'expression $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, T_1 et T_2 sont les températures dites ***absolues*** du corps mis en œuvre, mesurées au moyen du thermomètre à hydrogène à volume constant; on pourrait également, pour ce qui nous

(1) Le symbole *logn* signifie « logarithme népérien », tandis que *log* se rapporte aux logarithmes vulgaires.

occupe, employer le thermomètre à air qui de 0° à 100° n'est guère en défaut que de $\frac{1}{100}$ de degré; on ferait également un usage avantageux de l'azote ainsi, en général, que de tous les gaz très éloignés de leur point de liquéfaction : en un mot la relation

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

peut être considérée comme pratiquement exacte dans les limites où le gaz qui sert de thermomètre obéit lui-même aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac.

§ 23. — Vérification pratique du second principe de la thermodynamique.

Il existe un certain nombre de corps (gaz éloignés de leur point de liquéfaction et quelques vapeurs : vapeurs d'eau, d'alcool, d'éther, d'essence de térébenthine) pour lesquels la relation $f(p, v, t) = 0$ est connue, au moins d'une manière approximative et dans l'étendue d'une certaine échelle; pour ces corps il est facile, grâce à la connaissance de leurs propriétés thermiques, de tracer des cycles de Carnot et d'évaluer pour chacun d'eux, à diverses températures, le rapport $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. Bien que ces cycles aient des formes extrêmement différentes suivant la nature du corps évoluant et que les températures extrêmes puissent être variées dans une large mesure, on trouve que le rapport ci-dessus a toujours la même valeur quand on opère entre les mêmes degrés thermométriques; on constate en outre que celle-ci est bien égale à $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$.

Cette vérification de l'égalité de rendement est à coup sûr, pour le second principe de la thermodynamique, une démonstration *à posteriori* aussi probante que celle qui est déduite, par le raisonnement, du postulatum de Clausius.

Il convient en outre d'ajouter que l'exactitude du principe de Carnot est également confirmée, quoique indirectement, par l'accord qui existe entre les faits d'expérience et les nombreuses conséquences qui ont été déduites du principe en question.

§ 24. — Importance, au point de vue des dimensions de la machine thermique, de la nature du corps mis en œuvre.

Nous venons de voir que la nature du corps évoluant n'a pas d'influence sur le rendement maximum qu'on peut obtenir, mais elle en a une considérable sur la forme et par suite sur la surface du cycle décrit; pour de mêmes valeurs extrêmes de p et de v, l'aire en question et par suite la puissance motrice réalisée varient dans des proportions énormes. Si l'on veut obtenir un cycle d'une surface notable, il convient de se servir de corps qui éprouvent des changements considérables de volume sous l'influence de variations modérées de température et de pression; sous ce rapport, les machines *à vapeur* sont de beaucoup préférables aux machines *à air chaud*; qu'on trace en effet un cycle de Carnot avec un gaz obéissant, ou à peu près, aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac, on verra que, même en faisant usage d'une pression initiale considérable et d'un cylindre très volumineux, on n'obtient qu'une puissance motrice assez faible, et cela malgré les artifices qui ont été imaginés pour remédier à ce défaut (§ 27). Quand il s'agit de comparer entre eux deux moteurs thermiques, les faits de ce genre ne doivent pas être perdus de vue, pas plus d'ailleurs que les autres détails relatifs à l'emploi industriel de tel ou tel corps. Pour donner une idée sommaire de ce dernier genre de considérations, nous ferons remarquer par exemple que l'eau n'est pas le liquide le plus parfait qu'on puisse imaginer pour transformer la chaleur en travail : sans qu'il en résultât d'inconvénients pour le graissage et le bon fonctionnement des appareils, on pourrait, en effet, faire usage de températures supérieures à celles qu'on ne doit pas dépasser avec la vapeur d'eau sous peine d'atteindre des pressions dangereuses pour la solidité des récipients, et le rendement thermique $1 - \frac{T_2}{T_1}$ serait alors augmenté. Sous ce rapport et contrairement à une opinion qu'on a parfois émise en se basant sur l'importance, absolument illusoire, de la plus ou moins grande valeur de la « *chaleur latente de vaporisation* », il y aurait intérêt à avoir recours à un liquide moins volatil que l'eau en le choisissant tel, par exemple, qu'à la plus forte tension compatible avec la solidité des récipients corresponde la plus haute température considérée comme admissible au point de vue du fonctionnement

et de la conservation des appareils. Des considérations de ce genre sont d'ailleurs, on le comprendra facilement, susceptibles de nombreux développements.

§ 25. — **Un cycle réversible quelconque peut être considéré comme constitué par une série de cycles de Carnot infiniment petits.**

Considérons un corps évoluant suivant un cycle réversible quelconque; décomposons ce dernier, au moyen d'adiabatiques infiniment voisines, en un nombre infiniment grand de cycles (ce qui est permis, § 12), et par chacun des points d'intersection ainsi déterminés menons les isothermes telles que MR, MR' (fig. 18). Les surfaces MNR, M'N'R' étant des quantités

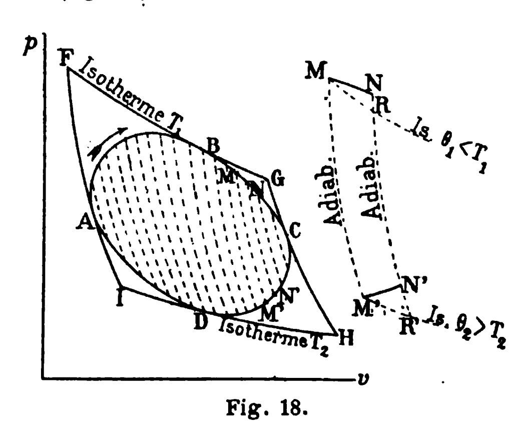


Fig. 18.

infiniment petites du *second ordre*, le cycle MNN'M' peut, au point de vue du travail et de la chaleur, être remplacé par MRR'M', et, par conséquent, au cycle total ABCD on peut substituer l'ensemble d'une série de cycles de Carnot infiniment petits tels que MRR'M'.

§ 26. — **Le maximum de rendement ne peut être obtenu que si le corps évolue entre deux températures constantes.**

Considérons un cycle réversible quelconque ABCD (fig. 18), et rempla-

çons-le par une série de cycles de Carnot infiniment petits (§ 25) ; le rendement de l'un quelconque de ces derniers MRR'M' est

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1} = 1 - \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

expression plus petite que

$$1 - \frac{T_2}{T_1}$$

T_1 et T_2 désignant les températures maximum et minimum du corps évoluant ; le cycle total ABCD qui se compose d'un ensemble de cycles tels que MNN'M' a donc un rendement inférieur à $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, c'est-à-dire à celui d'un cycle de Carnot compris entre les mêmes températures extrêmes ; c'est donc ce dernier qui, lorsque les échanges de chaleur se font dans les conditions que nous avons supposées, permet de convertir le plus possible de chaleur en travail.

§ 27. — Cycles réversibles ayant le même rendement que le cycle de Carnot. Emploi des régénérateurs.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que tout le calorique soustrait au corps s'en va au réfrigérant, en cessant alors de pouvoir être utilisé par le praticien, et nous avons montré que, dans ces conditions,

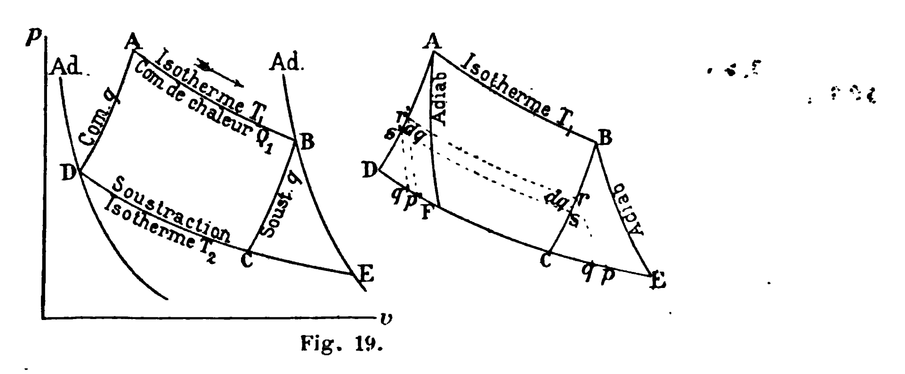


Fig. 19.

il faut avoir recours au cycle de Carnot pour convertir le plus possible de chaleur en travail ; mais les choses peuvent être disposées d'une autre façon. Considérons en effet un cycle ABCD (fig. 19) compris entre deux

isothermes AB, CD et deux courbes BC, DA qui, au lieu d'être des adiabatiques, correspondent à des quantités égales q de chaleur soustraite et reçue; si on mène les adiabatiques passant en B et en D, on voit immédiatement (§ 7) qu'il y a soustraction de chaleur en BCD et, au contraire, communication ou réception en DAB.

Ceci posé, imaginons qu'au moyen d'un appareil convenablement disposé on recueille la chaleur q livrée par le corps pendant le trajet BC, et qu'on la lui restitue pendant le trajet DA (nous verrons tout à l'heure que cela est possible) ; le calorique que doit fournir la source chaude pour produire l'évolution ABCD est alors évidemment égal à Q_1 comme dans le cycle de Carnot ABEF, puisque la même quantité de chaleur q peut servir indéfiniment aux échanges BC et DA sans occasionner de dépense supplémentaire. D'autre part, imaginons que la restitution de chaleur ait lieu de telle façon que les dq calories soustraites de r en s par exemple soient rendues au corps de s' en r' *entre les deux mêmes lignes isothermes infiniment voisines* (1) ; il est facile de voir que, dans ces conditions, les cycles ABCD et ABEF ont même surface ; si l'on décompose en effet les aires curvilignes BEC, AFD en cycles de Carnot infiniment petits au moyen d'adiabatiques infiniment voisines, telles que rp, sq, $r'p'$, $s'q'$.... (§ 25), on voit de suite que les cycles $rpqs$, $r'p'q's'$.... ont, deux à deux, même surface, puisque, ayant même rendement $\frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1}$ et correspondant à une même dépense de chaleur dq, ils donnent forcément lieu à la production du même nombre de kilogrammètres. Il y a donc égalité entre les aires BEC, AFD et par suite entre les surfaces des cycles ABCD, ABEF ; en d'autres termes le premier est aussi avantageux que le second, puisque de part et d'autre la source chaude doit subvenir à la même dépense Q_1 de calorique.

Comme on le remarquera, le cycle de Carnot n'est qu'un cas particulier du cas plus général que nous venons d'examiner ; c'est celui où $q=0$.

Les appareils employés dans l'industrie pour produire la restitution de chaleur dont nous venons de parler portent le nom de ***régénérateurs;*** ils peuvent se composer, par exemple, de tubes métalliques que baignent intérieurement et extérieurement les gaz à refroidir et à réchauffer, et à travers lesquels s'opère l'échange de chaleur comme dans un condenseur à surface. On a fait aussi usage de toiles métalliques que traversaient alternativement dans un sens et dans l'autre les deux

(1) Comme nous le dirons plus tard (§ 33), la restitution de la chaleur a lieu alors en *quantité* et en *qualité;* c'est pour cela que le rendement thermique n'est pas changé.

fluides en question. Il est bien clair que des appareils de ce genre sont capables, théoriquement du moins, d'opérer la restitution ou la *régénération* du calorique dans les conditions que nous avons indiquées, puisqu'un corps qui se refroidit de 100° à 99° par exemple est évidemment capable de réchauffer de 99° à 100° un poids égal de la même substance ; mais, au point de vue industriel, les choses ne peuvent évidemment se passer d'une façon aussi avantageuse, puisque, comme dans les condenseurs à surface, une différence assez notable de température est nécessaire pour le fonctionnement pratique de l'appareil ; c'est là d'ailleurs une remarque qui est applicable à tous les engins, quels qu'ils soient, que nous employons et dont le rendement est toujours inférieur à l'unité.

L'une des courbes BC ou DA dont il a été question tout à l'heure peut évidemment être prise à volonté ; l'autre s'en déduit par la condition que, entre deux courbes isothermes quelconques et infiniment voisines, les quantités de chaleur reçue et soustraite dq soient égales. L'équation de l'un des deux trajets étant donnée, celle de l'autre s'obtient facilement par cette considération (1).

On rencontre des échanges de chaleur de cette nature dans les machines à air chaud et à régénérateurs qui ont été imaginées par Stirling et par Ericsson. Dans la première, le cycle décrit par le fluide moteur se compose, théoriquement, de deux isothermes AB, CD (fig. 20) et de deux parties rectilignes BC et DA pendant lesquelles ont lieu une soustraction et une réception de calorique *à volume constant* ; la chaleur spécifique correspondante c étant, pour un gaz qui obéit aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac, indépendante de p et de v, on voit immédiatement que les deux transformations BC et DA exigent un même nombre de calories $c\,(T_1 - T_2)$. Il en est encore approximativement de même dans les machines à air chaud et à régénérateur d'Ericsson dans lesquelles le cycle théorique se compose, ou à peu près, de deux isothermes AB, CD (fig. 21) réunies par deux droites à pression constante BC et DA pendant le parcours desquelles

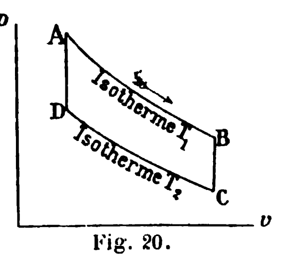


Fig. 20.

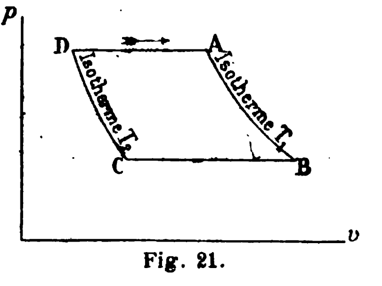


Fig. 21.

(1) Voir les *Principes de thermodynamique*, par de Saint-Robert (Gauthier-Villars), p. 289.

s'effectue l'action du régénérateur, c'est-à-dire la soustraction et la réception de $C(T_1 - T_2)$ calories, C étant la chaleur spécifique de l'air *à pression constante*.

§ 28. — Circonstances qui motivent l'adoption des régénérateurs. Remarques relatives à leur emploi.

Une machine thermique munie d'un régénérateur ne pouvant jamais avoir un rendement supérieur à celui du cycle de Carnot, on est conduit à se demander pourquoi on a parfois recours à des artifices de ce genre puisque, sans leur emploi, on peut tirer un aussi bon parti du calorique en faisant évoluer différemment le fluide moteur. La raison en est que, pour réaliser pratiquement la machine qu'on a en vue ou bien pour diminuer son encombrement et son poids ou enfin pour tout autre motif, on se trouve souvent conduit, dans les machines à air chaud, à faire décrire au fluide moteur un cycle très différent du cycle de Carnot ; le régénérateur a alors pour but de corriger le plus possible cette imperfection forcée. Pour mieux éclaircir la chose par un exemple, examinons ce qui se passerait dans une machine à air chaud fonctionnant suivant un cycle de Carnot ; la courbe figurative de l'évolution aurait alors à peu près la forme ci-contre ABCD (fig. 22), de sorte que, pour une assez faible puissance représentée par la surface ABCD, on aurait une pression initiale très grande MA et un volume final énorme ON; il faudrait donc faire alors usage d'une machine lourde, encombrante, ayant à résister à des efforts maxima considérables (1). Au contraire, si on a recours à un régénérateur permettant, avec le même rendement, de substituer aux trajets BC et DA les suivants BC' et DA', on se trouve

Fig. 22.

(1) Voir les *Annales des Ponts et Chaussées*, 1er semestre 1874, p. 409 (Mémoire de M. Hirsch).

dans des conditions plus avantageuses que précédemment et, sans qu'il soit nécessaire d'insister davantage sur ce sujet, on comprend qu'un régénérateur soit susceptible de donner une meilleure solution industrielle de la question.

Si l'on veut, à propos des régénérateurs, reprendre une comparaison qui a été faite très souvent entre les moteurs thermiques et les moteurs hydrauliques (1), on peut dire qu'une machine à air chaud munie d'un régénérateur se trouve dans un cas analogue à celui d'une roue hydraulique d'où l'eau s'échapperait non pas avec une vitesse nulle (ce qui correspondrait au maximum de rendement), mais avec une certaine force vive qu'on emploierait alors à faire marcher une petite machine auxiliaire faisant remonter d'aval en amont une certaine quantité de l'eau dépensée. Il est bien clair d'ailleurs que, dans l'un et l'autre cas, l'adjonction d'un engin auxiliaire, qui, pratiquement, n'utilise jamais qu'une fraction de l'énergie motrice, est une cause forcée de diminution de rendement dans l'ensemble de l'appareil. Il y a du reste une autre circonstance qui réduit encore davantage l'utilité des régénérateurs : on doit en effet remarquer que, dans la pratique, les cycles décrits par les fluides mis en œuvre ont non pas des contours à arêtes vives comme ceux que nous avons figurés tout à l'heure, mais des formes plus ou moins arrondies comme la suivante (fig. 23). Si l'on mène, comme l'a fait Briot, les deux adiabatiques et les deux isothermes tangentes au cycle, on voit de suite (§ 9) que, pendant tout le trajet A'IA, on soustrait de la chaleur au corps; mais ce dernier ne peut évidemment en céder à d'autres qu'à la condition d'être plus chaud qu'eux; en d'autres termes, si l'on mène les isothermes AB et A'C, il ne peut y avoir échange ou transport de chaleur que de l'arc A'B à l'arc AC et toute *régénération* est impossible pendant le trajet BIA. Or il se trouve, dans la pratique, que l'étendue de l'arc A'B est, dans certains cas, assez

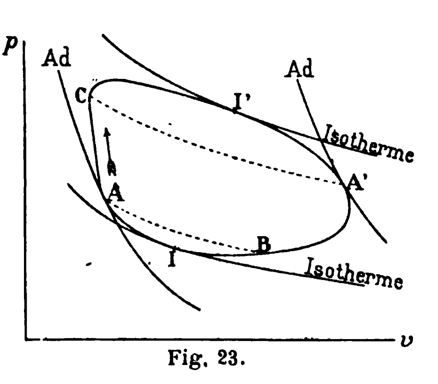


Fig. 23.

(1) Les comparaisons de ce genre étaient légitimes lorsqu'on croyait que le calorique était indestructible comme une substance matérielle; mais maintenant on ne doit plus, en définitive, les considérer que comme des jeux d'esprit plus ou moins heureusement combinés auxquels il convient de n'attacher qu'une médiocre importance.

faible, parfois même elle se réduit à zéro et le régénérateur n'a plus aucune raison d'être. On ne doit pas cependant se dissimuler que l'adjonction d'un engin de ce genre est parfois avantageuse et, quand la machine thermique est disposée de façon à comporter son emploi, il est susceptible de rendre de réels services.

§ 29. — Le maximum de rendement ne peut être obtenu que dans un cycle réversible.

Considérons soit deux corps différents, soit un même corps parcourant de deux façons un cycle complet sous l'influence de sources ayant les mêmes températures constantes T_1 et T_2 ; si l'on suppose que l'évolution accomplie dans l'un des cas est réversible sans qu'il en soit ainsi pour l'autre, il est facile de voir que le rendement du premier cycle est supérieur à celui du second. Associons en effet les deux machines l'une avec l'autre comme nous l'avons fait au paragraphe 21 en faisant tourner le n° 1 à rebours ; on arrive alors, comme nous l'avons montré, à la conclusion

$$Q'_1 \leqq Q_1$$

d'où

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} \geqq 1 - \frac{Q_2}{Q'_1}$$

et

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \geqq \frac{Q'_1 - Q_2}{Q'_1}$$

c'est précisément ce que nous nous proposions de faire voir.

Si, au lieu de deux sources à températures constantes, on a affaire à une suite de sources dont les températures, quoique variables, soient respectivement les mêmes deux à deux pour les machines qu'on compare, comme dans la figure 24, on comprend que la proposition précédente ne cesse pas d'être vraie et qu'il en soit encore de même quand les températures se modifient d'une manière continue. On peut donc dire d'une manière générale que toute machine thermique non réversible a un rendement inférieur à celui d'un moteur réversible qui fonctionne d'une manière continue, comme le premier, sous l'influence des mêmes sources chaude et froide; en d'autres termes *la réversibilité*

est la condition *même d'où* ***résulte*** *le maximum de rendement.* C'est là un fait qui a une importance capitale au point de vue des applications

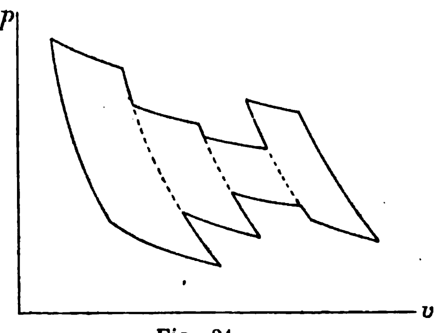


Fig. 24.

de la thermodynamique: comme nous le verrons en effet, les phénomènes thermiques qui se passent dans les cylindres des machines à vapeur s'écartent plus ou moins de la réversibilité, et par suite on est tenté de se demander quelle est, pour ce qui nous occupe ici plus spécialement, l'utilité des formules déduites du principe de Carnot, puisque leur établissement repose sur un état de choses irréalisable et sur des hypothèses dont le praticien ne saurait admettre l'exactitude. La réponse à cette observation résulte immédiatement de la proposition que nous venons de démontrer : si, en effet, nous ne pouvons pas réaliser complètement la réversibilité, nous avons du moins un intérêt de premier ordre, *toutes choses égales d'ailleurs*, à nous en écarter le moins possible, c'est-à-dire à produire précisément les échanges de chaleur dont la théorie nous fait connaître les lois. Sans qu'il soit nécessaire d'insister davantage sur ce point, on voit donc que les théories thermodynamiques actuelles, quelque incomplètes qu'elles soient, constituent néanmoins un ensemble de connaissances indispensables à l'ingénieur pour l'étude raisonnée des appareils thermiques tels qu'ils existent dans la pratique, leur construction et les perfectionnements dont ils sont susceptibles.

§ 30. — Réponse à une objection relative à l'exactitude du principe de Carnot.

Le principe de Carnot ne saurait être admis, a-t-on dit plus d'une fois, car il ne donne pas de résultats exacts. La réponse à cette objection est

facile : comme nous l'avons fait remarquer, le principe en question et les équations qui s'en déduisent ne s'appliquent qu'aux moteurs réversibles, tandis que ceux de l'industrie ne le sont pas en réalité ; en outre la valeur $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ obtenue pour la fraction de chaleur convertie en travail est spéciale au cas, purement théorique, où l'évolution s'accomplit suivant deux isothermes et deux adiabatiques. En essayant de calculer le rendement d'un moteur industriel par l'application pure et simple de la formule ci-dessus, on doit donc forcément obtenir des résultats qui diffèrent notablement de la vérité. Se baser sur ce défaut de concordance pour contester l'exactitude du principe de Carnot, ce serait se mettre, inconsciemment, dans le cas d'un calculateur qui reprocherait au théorème du carré de l'hypoténuse de ne pas donner des résultats justes quand on l'applique à des triangles non rectangles. Nous aurons d'ailleurs l'occasion de parler plus tard du rendement des machines réelles de l'industrie (§ 131).

§ 31. — Nécessité de deux sources de chaleur pour la production d'un travail continu.

Comme cela résulte des considérations développées précédemment, deux sources de chaleur à des températures différentes sont nécessaires pour produire du travail d'une manière continue avec un corps qui revient périodiquement à son état initial. L'une des sources fournit du calorique au corps en question, l'autre lui en enlève, et c'est le second principe de la thermodynamique qui nous fait savoir quelle est la fraction maximum de chaleur susceptible d'être convertie en travail.

Dans la pratique, l'une des sources employées, le réfrigérant, est, ou à peu près, à la température ambiante, et au moyen d'une dépense de combustible on maintient la source chaude à une température élevée. Il importe cependant de remarquer qu'on pourrait, théoriquement du moins, agir d'une autre façon en prenant une source chaude ayant le même état thermométrique que les corps extérieurs ; mais il faudrait alors se procurer artificiellement une source froide dont la température serait maintenue inférieure à la précédente ; en d'autres termes, une

provision de glace dans un pays chaud, tout aussi bien qu'un certain poids de combustible, est susceptible de permettre la transformation de la chaleur en travail; ce qui serait alors une source de dépenses, ce serait la quantité Q_2 de calorique versée au réfrigérant, ou du moins les opérations nécessaires pour maintenir la source froide à une température constante malgré l'échauffement que tendrait à y produire l'apport périodique des Q_2 calories (§ 19).

§ 32. — Résumé des notions qui précèdent, relativement au maximum de rendement. Remarques concernant la valeur de ce maximum.

En résumé, dans la conversion de l'énergie calorifique en énergie mécanique, on ne peut atteindre le maximum du rendement qu'avec une machine à cycle réversible.

Parmi les machines réversibles, celles qui fonctionnent suivant le cycle de Carnot ont le rendement le plus élevé possible.

Le même maximum peut être réalisé avec d'autres cycles réversibles que celui de Carnot, mais il faut alors avoir recours à l'emploi de ***régénérateurs*** de chaleur. On remarquera d'ailleurs que deux des courbes du cycle doivent être toujours des isothermes.

Dans un cycle où le maximum de rendement est atteint, la valeur de celui-ci est la même quel que soit le corps mis en œuvre; elle ne dépend que des températures extrêmes et est égale à $\frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$. La surface du cycle et par suite la puissance motrice sont, au contraire, extrêmement différentes suivant la nature des corps en question.

L'expression $1 - \frac{T_2}{T_1}$ montre que, pour avoir un rendement aussi grand que possible, il faut diminuer autant qu'on le peut le rappport $\frac{T_2}{T_1}$; dans la pratique industrielle T_2 est généralement une quantité ayant une valeur donnée et fixe (un peu supérieure à la température ambiante); on se trouve donc alors conduit à faire T_1 aussi grand que le permettent nos moyens, c'est-à-dire à faire usage de vapeur à haute pression, ou d'air porté à une très forte température.

La formule ci-dessus fait également voir que, pour une même diffé-

rence de température $T_1 - T_2$, la proportion maximum de chaleur qu'on peut convertir en travail est d'autant plus élevée que T_1 est faible; en opérant de 11° à 10° par exemple, on sera, sous ce rapport, dans de bien meilleures conditions que si on allait de 121° à 120° par exemple (1), mais c'est là un fait en général peu intéressant au point de vue pratique.

Remarquons, en terminant ce sujet, que c'est à tort qu'on a plus d'une fois reproché à la machine à vapeur d'être un engin absolument imparfait, en disant que la puissance mécanique réalisée était extrêmement faible comparativement aux EQ_1 kilogrammètres qui, en vertu du principe de l'équivalence, correspondent aux Q_1 calories dépensées. Cette façon d'apprécier les choses est, d'après ce que nous avons vu, absolument inexacte, puisqu'elle ne tient aucun compte de l'existence du principe de Carnot (§ 19) et de l'impossibilité mathématique où se trouve tout moteur thermique de dépasser le rendement $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ qui est bien inférieur à l'unité en raison des valeurs qu'ont T_1 et T_2 dans nos machines. Pour aller plus loin sans dépasser la température T_1 qu'on s'est fixée par suite de nécessités pratiques, il faudrait diminuer T_2 en le faisant décroître de plus en plus et on ne pourrait atteindre un rendement théorique égal à l'unité qu'en descendant jusqu'à on ne sait trop quelle sorte de zéro absolu; formuler une demande de cette nature, ce serait, pour ainsi dire, exiger d'un constructeur de roues hydrauliques qu'il utilise beaucoup mieux la puissance d'une chute d'eau en faisant descendre le fluide moteur jusqu'au centre de la terre par exemple, vers lequel l'attraction terrestre tend en définitive à le faire converger.

§ 33. — Différence entre la quantité et la qualité de la chaleur.

Comme nous l'avons déjà dit, le premier principe de la thermodynamique nous renseigne sur la *quantité* de la chaleur, en nous faisant savoir quelle relation d'équivalence existe entre l'énergie calorifique et l'énergie mécanique. Quant au principe de Carnot, il nous apprend

(1) Les deux rendements seraient alors $\frac{1^\circ}{273^\circ + 11^\circ}$ et $\frac{1^\circ}{273^\circ + 121^\circ}$.

quelle fraction maximum de calorique nous pouvons convertir en travail ; a valeur de ce maximum, très variable suivant les circonstances, constitue ce qu'on peut appeler la *qualité* de la chaleur et elle a, dans les applications industrielles, une importance qui n'a peut-être pas été toujours appréciée à sa juste valeur. Prenons par exemple une certaine quantité de vapeur et supposons qu'elle augmente brusquement de volume sans *gagner ni perdre de chaleur et sans produire ni consommer de travail extérieur* (§ 116); dans ces conditions, quand les molécules sont revenues au repos, c'est-à-dire quand les forces vives produites sont éteintes, l'énergie ou chaleur interne du fluide a évidemment la même valeur que précédemment (1) et, au point de vue du principe de l'équivalence, rien ne se trouve changé, mais il en est tout autrement en ce qui concerne le principe de Carnot; la température T_1 de la vapeur s'est en effet abaissée et, toutes choses égales d'ailleurs, la fraction d'énergie calorifique qu'on peut convertir en travail est moindre qu'auparavant, puisque la température T_2 du réfrigérant est par hypothèse, dans le cas actuel, une quantité invariable. En d'autres termes, dans le second cas la chaleur est devenue, pour notre usage, d'une *qualité inférieure*, puisque, avec les moyens dont nous disposons, nous ne pouvons plus en tirer un parti aussi avantageux. Une remarque du même genre peut être faite lorsqu'un gaz augmente de volume en se précipitant tumultueusement dans le vide (expérience de Joule, § 48) : quand tout est revenu au repos, l'énergie ou chaleur interne de 1 kg du fluide (§ 49)

$$U = \text{constante} + c\,t$$

n'a pas changé puisque la température t reste constante, et cependant le parti que nous pouvons pratiquement en tirer n'est plus du tout le même. Le gaz comprimé pouvait, en effet, servir à faire fonctionner une machine motrice, tandis que, si sa détente dans le vide a abaissé sa pression à 1 atmosphère par exemple, il n'est plus bon à rien pour nous à ce point de vue. Les opérations du genre de celles que nous venons d'indiquer doivent donc, en principe, être considérées comme désavantageuses, à moins que, par suite des circonstances spéciales et accessoires dont nous parlerons plus tard (§ 131), elles ne soient suscep-

(1) La relation $\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\,\mathfrak{T}$ donne en effet $\Delta U = 0$, c'est-à-dire $U =$ constante quand $\Delta Q = 0$ et $\mathfrak{T} = 0$.

tibles d'améliorer par ailleurs le fonctionnement pratique si complexe des moteurs industriels en usage.

Une autre remarque à faire à propos du sujet qui nous occupe est la suivante : supposons que, un corps décrivant un cycle, on vienne à lui soustraire un certain nombre de calories en un point de son parcours. Pour que le rendement thermique ne soit pas diminué, il ne suffit pas de lui rendre, en un autre point quelconque, la même quantité de chaleur ; il faut que la restitution ait lieu *en quantité* et *en qualité* ; c'est ce qui a lieu dans les régénérateurs étudiés précédemment (§ 27) et dans lesquels la *régénération* du calorique est opérée à tout instant entre les mêmes isothermes. Un autre exemple aussi frappant du fait que nous signalons se présente dans les machines à vapeur à propos de la condensation qui a lieu pendant l'admission (§ 133) : une partie du fluide réduit en eau se revaporise, il est vrai, pendant la détente ; mais c'est à une température plus basse, de sorte que la fraction de calorique qui est industriellement recueillie sur les pistons sous la forme de kilogrammètres a une valeur moindre. Pour que le rendement ne fût pas altéré, il faudrait que la contrepression à l'évacuation fût nulle ou, en d'autres termes, que, dans le rapport $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, T_2 fût égal à zéro, et peu importerait alors la valeur de T_1 ; mais c'est là un cas hypothétique qui n'a pas de rapport avec la réalité.

§ 34. — Valeur de $\int \frac{dQ}{T}$ pour un cycle fermé réversible.

Un cycle fermé réversible peut, comme nous l'avons vu (§ 12 et 25), être remplacé par une série de cycles de Carnot infiniment petits ; pour chacun de ces derniers on a, en appelant dq_1 et dq_2 les quantités de chaleur (positive et négative) mises en jeu, et T_1, T_2 les températures du corps évoluant *aux points considérés* M et M' (§ 22) $\frac{dq_1}{T_1} + \frac{dq_2}{T_2} = 0$ (fig. 25) de sorte que pour l'ensemble du cycle ABC on obtient la relation

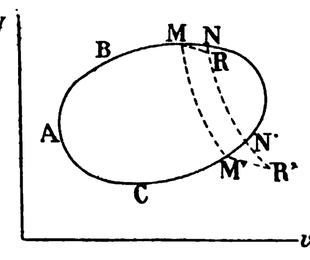


Fig. 25

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

dans laquelle T représente la température du corps aux divers points

de son évolution et dQ la quantité de chaleur reçue ou soustraite aux mêmes moments, dQ étant d'ailleurs positif dans le premier cas et négatit dans le second.

Tel est le fait capital publié par Clausius en 1854 ; d'après Laplace, Poisson, Carnot, etc., on avait au contraire $\int dQ = 0$, c'est à dire $Q_1 = Q_2$ en valeur absolue dans le cycle de Carnot.

Puisque l'intégrale $\int \frac{dQ}{T}$ est nulle pour un cycle réversible, il s'ensuit que la valeur de $\int \frac{dQ}{T}$ prise entre deux points quelconques A et B (fig. 26) est la même quel que soit le trajet parcouru ACB, AEB, puisqu'elle est toujours égale et de signe contraire à la valeur de $\int \frac{dQ}{T}$ prise de B à A suivant le trajet BDA ; en effet les deux cycles ACBDA, AEBDA sont l'un et l'autre fermés et réversibles et donnent lieu, pour la totalité de chacun d'eux, à la relation $\int \frac{dQ}{T} = 0$.

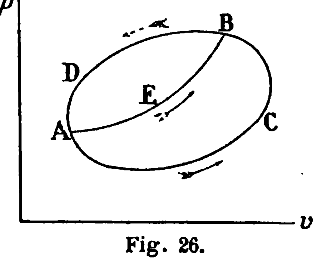


Fig. 26.

Comme il est facile de le voir, la même égalité pour les valeurs de $\int \frac{dQ}{T}$ a encore lieu quand on part d'un même état initial A (fig. 27) pour aboutir à des points quelconques d'une même adiabatique, puisque tout le long de cette dernière $\int \frac{dQ}{T} = 0$.

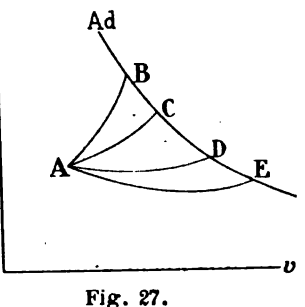


Fig. 27.

Une remarque du même genre est applicable à tous les trajets AB, A'B', A''B'' (fig 28) dont les points extrêmes sont respectivement situés sur les mêmes adiabatiques : pour toutes ces transformations, l'accroissement (positif ou négatif) éprouvé par l'intégrale $\int \frac{dQ}{T}$ a la même valeur.

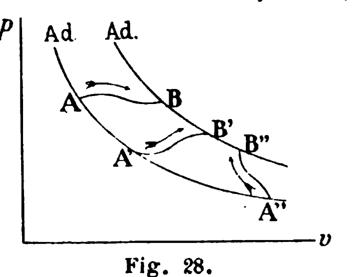


Fig. 28.

§ 35. Expression analytique du second principe de la thermodynamique (principe de Carnot généralisé par Clausius).

La traduction analytique du second principe de la thermodynamique est la suivante : $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte ou, ce qui revient au même, l'intégrale $\int \frac{dQ}{T}$ est une fonction de p et de v dont la valeur ne dépend que de l'état initial et de l'état final considérés. En d'autres termes encore, la fonction $\int \frac{dQ}{T}$ existe, tandis que *la fonction Q n'existe pas* ; suivant la forme de la courbe figurative AB de l'évolution (fig. 29), Q peut être n'importe quoi et il n'est déterminé que quand on se donne la courbe en question ou, ce qui est la même chose, une relation entre p et v ; dQ n'est plus alors fonction que d'une seule variable et est par conséquent la différentielle d'une fonction existante, changeant évidemment d'ailleurs avec la relation qui relie p et v.

Fig. 29.

Bien qu'il n'y ait pas, dans le cas général, de fonction Q, la quantité dQ n'en a pas moins toujours une existence parfaitement déterminée, et nous avons effectivement calculé sa valeur (§ 15) sans nous préoccuper en aucune façon de savoir s'il y a ou non une fonction Q.

Comme on le voit, nous sommes arrivés à cette conclusion remarquable qu'il existe une fonction de la température *seule*, jouissant de la propriété d'être un facteur d'intégration de dQ ; cette fonction est égale à $\frac{1}{T}$ ou $\frac{1}{273 + t}$ (t étant la température centigrade mesurée avec un gaz obéissant aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac dans les limites des températures considérées) ; ce facteur d'intégration est le même pour tous les corps de la nature.

§ 36. — Entropie.

Si l'on pose

$$\int \frac{dQ}{T} = S$$

ou

$$\frac{dQ}{T} = dS$$

S est une fonction de p et v dont l'existence a été découverte par Clausius et à laquelle on a donné le nom d'*entropie*. Elle contient évidemment, comme la chaleur interne, une constante qui dépend de l'état initial du corps considéré et est absolument inconnue pour nous ; nous n'avons de prise que sur ses variations, mais jamais sur sa valeur absolue. Suivant la convention déjà adoptée pour la fonction U (§ 4), l'état arbitraire initial sera celui où $t = 0°$ et $p = 10334$ kilog. (pression atmosphérique), de sorte que le nombre qui, dans les applications, représentera pour nous l'entropie sera l'accroissement de $S = \int \frac{dQ}{T}$ à partir du point en question.

Quand la transformation réversible considérée se fait sans réception ni soustraction de calorique, on a à tout instant $dQ = 0$ et par suite $dS = 0$, d'où S = constante : c'est pour cela que les courbes adiabatiques sont appelées quelquefois courbes *isentropiques*.

La valeur de $\int \frac{dQ}{T}$ dépendant uniquement de l'état initial et de l'état final considérés et nullement des phases de la transformation, il s'ensuit que, si on peut déterminer cette intégrale en opérant sur un trajet réversible particulier convenablement choisi, l'expression générale de l'entropie est ainsi obtenue, et la connaissance de cette fonction permet ensuite de résoudre d'une manière simple un certain nombre de problèmes de thermodynamique. Nous rencontrerons, en parlant des vapeurs (§ 77), un exemple de cette manière d'agir.

§ 37. — **Nouveau mode de représentation graphique de la quantité de chaleur Q nécessaire pour produire une transformation donnée.**

La considération de l'entropie permet de représenter graphiquement la quantité Q d'une manière plus commode que nous ne l'avons fait au paragraphe 14 ; prenons en effet un corps pour lequel nous connaissons

la fonction de p et de v qu'on appelle entropie [1] ($S = \int \frac{dQ}{T}$), et supposons que celui-ci éprouve une transformation réversible quelconque

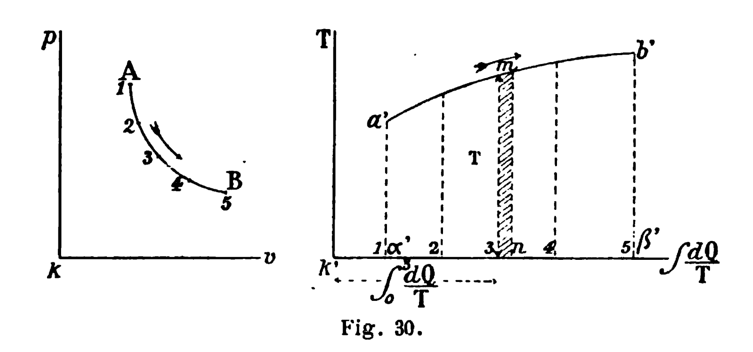


Fig. 30.

AB (fig. 30); en chacun des points 1,2,3,... du trajet en question, calculons la valeur de l'accroissement

$$S - S_o = \int \frac{dQ}{T}$$

éprouvé par la fonction S à partir d'un même état initial arbitraire pris pour zéro, et construisons une courbe $a'b'$ ayant pour abscisses ces accroissements successifs $\int \frac{dQ}{T}$ et pour ordonnées la température absolue T. Un élément vertical infiniment petit tel que mn a pour surface

$$\frac{dQ}{T}\, T = dQ$$

de sorte que la surface totale $a'b'\beta'\alpha'$ donne précisément le nombre de calories Q nécessaire pour produire la transformation AB

$$Q = \text{aire } a'b'\beta'\alpha'$$

L'aire en question doit d'ailleurs évidemment être prise positivement ou négativement d'un point à un autre, suivant que la fonction S va en augmentant ou en diminuant dans l'intervalle considéré.

Si AB est une courbe isotherme, $a'b'$ est une ligne droite horizontale puisque T est alors constant. C'est au contraire une ligne droite verti-

(1) Pour les gaz, par exemple, qui obéissent aux lois de Mariotte et de Gay-Lussac, cette fonction est (§50)

$$S = \text{constante} + C \text{ logn } v + c \text{ logn } p$$

C et c désignant les chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant du gaz considéré.

cale lorsque AB est une adiabatique, puisque, dQ étant constamment nul, les diverses abscisses $\int \frac{dQ}{T}$ ont en effet toutes même valeur.

La construction graphique qui précède est applicable à un cycle fermé AI'A'I (fig. 31) aussi bien qu'à une simple transformation; on obtient

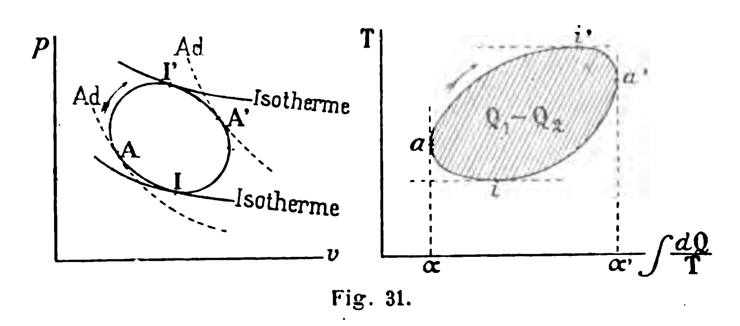


Fig. 31.

alors une courbe fermée $a\,i'a'i$ dont les ordonnées minimum et maximum correspondent aux valeurs extrêmes de T, c'est-à-dire aux points de tangence I et I' du cycle avec les isothermes entre lesquelles il est compris (§ 9) ; de même les abscisses minimum et maximum sont réalisées aux points de tangence A et A' avec les adiabatiques, puisqu'il y a réception de chaleur ($dQ > 0$) tout le long de l'arc AI'A' et par suite accroissement de la fonction S. Les surfaces $a\,i'a'\,\alpha'\,\alpha$ et $a'i\,a\,\alpha\,\alpha'$ représentent alors les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 successivement reçues et abandonnées par le corps, de sorte que l'aire fermée $a\,i'\,a'\,i\,a$ donne le nombre des calories $Q_1 - Q_2$ qui ont été converties en travail pendant l'opération

$$Q_1 - Q_2 = \text{aire } a\,i'\,a'\,i\,a$$

Dans le cas particulier où le cycle considéré est un cycle de Carnot,

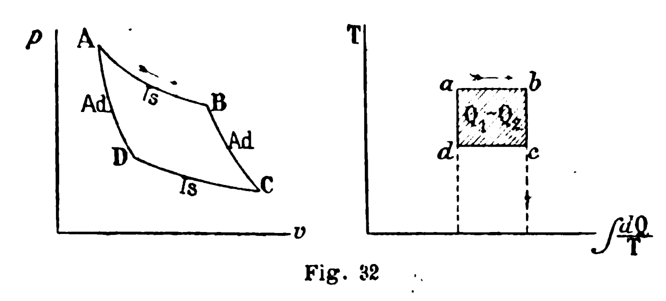


Fig. 32

la courbe $T = F(S)$ se réduit, d'après ce qui vient d'être dit, à un rectangle *abcd* (fig. 32).

Les considérations qui précèdent sont évidemment susceptibles de nombreux développements et elles permettent de résoudre assez simplement un grand nombre de questions de thermodynamique ; elles montrent bien en particulier l'influence que présente la différence $T_1 - T_2$ des températures extrêmes au point de vue de la conversion de la chaleur en travail ; l'aire totale *ml* (fig. 33) étant en effet égale à dQ, la portion *mn* qui est convertie en travail est

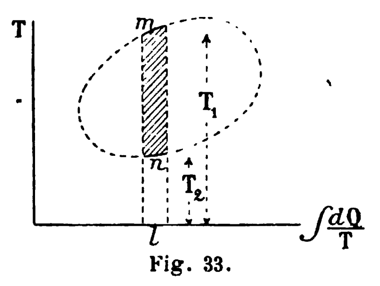


Fig. 33.

$$mn = ml \times \frac{T_1 - T_2}{T_1} = dQ\,\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

On trouvera d'ailleurs plus de détails à ce sujet dans la troisième édition allemande de la *Théorie mécanique de la chaleur* de Zeuner [1].

§ 38. — **Remarque au sujet de l'expression de « chaleur totale contenue dans un corps ».**

Comme nous venons de le dire (§ 35), il n'existe aucune fonction Q de laquelle on puisse dire qu'elle représente la *chaleur totale* contenue dans un corps. Cette expression de chaleur totale n'avait de sens, à vrai dire, qu'à l'époque où le calorique, étant considéré comme matériel, pouvait être assimilé à de l'eau qu'on *exprime* plus ou moins d'une éponge ou qu'on y fait rentrer et qui, pour un état déterminé du corps, y existe en quantité parfaitement définie. D'après nos connaissances actuelles sur l'équivalence, on sait au contraire que, lorsque Q calories sont communiquées à une substance qui produit en même temps $\mathfrak{T}$ kilogrammètres, celle-ci ne garde pour elle que $Q - \frac{\mathfrak{T}}{E}$ calories, différence qui peut avoir des valeurs bien diverses suivant celles de $\mathfrak{T}$: la portion $\frac{\mathfrak{T}}{E}$ du calorique disparaît sans laisser d'autres traces que celles d'un travail produit sur les objets extérieurs. Dans plus d'une circonstance, il est vrai, $\frac{\mathfrak{T}}{E}$ est très petit comparativement à Q : dans les machines à

(1) Voir en particulier la note de la page 71 de Zeuner.

vapeur actuelles très perfectionnées, ne dépensant avec de bonnes chaudières que 0 kg. 750 de houille de bonne qualité par cheval et par heure, on ne convertit en travail mécanique qu'environ les 0,16 de la quantité de chaleur Q communiquée à l'eau pendant son passage à travers l'appareil évaporatoire et, pour le travail utile mesuré en dernier ressort sur *l'outil opérateur*, on n'obtient que 0,10 au lieu de 0,16; avec les meilleures machines de Watt on n'allait guère qu'à 2,5 °/₀. La faiblesse de ces chiffres explique que dans la pratique on ait pu et on puisse encore, dans quelques circonstances exceptionnelles, confondre sans grande erreur Q avec $Q - \frac{\mathfrak{T}}{E}$, ou en d'autres termes ne faire aucune différence entre la chaleur communiquée au corps et ce que nous avons appelé sa chaleur interne ou énergie.

S'il n'est pas légitime de parler de la chaleur totale contenue dans un corps, en revanche il peut être question soit de la chaleur interne correspondant à un état donné du corps et étant une fonction réellement existante de p et de v (1), soit du nombre de calories communiquées à une substance qui passe de l'état p_1, v_1, t_1 à un autre état p_2, v_2, t_2 en suivant dans son évolution un *trajet déterminé.* On peut encore s'occuper de l'entropie relative à un état p, v, t, puisque (§ 36) l'entropie est, comme la chaleur interne, une fonction des variables p et v. S'il s'agit d'une machine à vapeur, par exemple, on ne doit pas parler de la chaleur totale contenue dans 1 kil. de vapeur qui se rend de la chaudière à la machine, mais de la chaleur interne de ce kilogramme de vapeur, ou bien encore du nombre de calories qui ont été communiquées dans la chaudière à 1 kil. d'eau d'alimentation pour le faire passer de l'état d'eau à t^o_1 à l'état de vapeur saturée à t^o_2 *dans des conditions déterminées*, qui sont ici la vaporisation à la pression constante p_2 correspondant à t^o_2.

Comme il importe de le remarquer, quand un fluide emprisonné dans un cylindre ou dans un récipient à parois extensibles se dilate sans recevoir de calorique, c'est la variation éprouvée par la chaleur interne qui permet de calculer le travail produit $\mathfrak{T}$; $\mathfrak{T}$ est en effet donné par l'équation de l'équivalence (§ 4)

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\left[\mathfrak{T} + \frac{1}{2}(\Sigma\, mv^2 - \Sigma\, mv_o^2)\right]$$

(1) La chaleur interne a été quelquefois désignée sous le nom de *chaleur contenue dans un corps* ou parfois même de *chaleur totale contenue dans un corps,* mais ce genre de dénomination donne lieu à des confusions.

ce qui, dans le cas de phénomènes réversibles, devient (§ 10)

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E} \mathfrak{T}$$

ou bien enfin lorsque $\Delta Q = 0$

$$0 = \Delta U + \frac{1}{E} \mathfrak{T}$$

$$\frac{1}{E} \mathfrak{T} = -\Delta U = - (U_2 - U_1)$$

$$\mathfrak{T} = E \, (U_1 - U_2)$$

§ 39. — Relations analytiques déduites des deux principes de la thermodynamique.

La traduction analytique des deux principes de la thermodynamique est la suivante (§§ 11 et 35) : les expressions

$$dQ - \frac{1}{E} p \, dv$$

et

$$\frac{dQ}{T}$$

sont des différentielles exactes. En écrivant, à propos de chacune de ces expressions, la condition bien connue d'intégrabilité (1), on obtient des relations analytiques intéressantes.

1° Remplaçons, par exemple, dQ par sa valeur trouvée précédemment (§ 15)

$$dQ = C \frac{dt}{dv} dv + c \frac{dt}{dp} dp$$

Il s'agit d'exprimer que

$$C \frac{dt}{dv} dv + c \frac{dt}{dp} dp - \frac{1}{E} p \, dv$$

(1) Cette condition est la suivante : M et N étant des fonctions de x et de y, pour que $M dx + N dy$ soit intégrable il faut et il suffit qu'on ait $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$.

et

$$\frac{C}{T}\frac{dt}{dv}dv + \frac{c}{T}\frac{dt}{dp}dp$$

sont des différentielles exactes. En écrivant à cet effet la relation $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$, on trouve en effectuant les calculs et en combinant l'une avec l'autre les deux équations obtenues (1)

$$(C - c)\frac{dt}{dp}\frac{dt}{dv} = \frac{T}{E}$$

relation importante.

2° En prenant pour dQ l'une ou l'autre des expressions qui ont été obtenues en considérant v et t ou bien p et t comme variables indépendantes (§ 16), on a d'autres relations analytiques qui rentrent évidemment dans les précédentes, puisqu'il ne s'agit que d'un changement de variables, mais qui n'en sont pas moins utiles.

Considérons d'abord le cas où v et t sont choisis comme variables indépendantes : prenons en conséquence la valeur trouvée (§ 16)

$$dQ = c\,dt + (C - c)\frac{dt}{dv}dv$$

ou

$$dQ = c\,dt + l\,dv\ .$$

Il s'agit alors d'exprimer que

$$c\,dt + l\,dv - \frac{1}{E}p\,dv$$

et

$$\frac{c}{T}dt + \frac{l}{T}dv$$

sont des différentielles exactes. Les conditions d'intégrabilité sont

$$\frac{dc}{dv} = \frac{dl}{dt} - \frac{1}{E}\frac{dp}{dt}$$

$$\frac{1}{T}\frac{dc}{dv} = \frac{1}{T}\frac{dl}{dt} - \frac{l}{T^2}$$

(1) Voir la *Thermodynamique* de Bertrand, page 106.

ce qui donne de suite

$$l = \frac{T}{E} \frac{dp}{dt}$$

relation qui, sous une autre forme, est la même que celle que nous venons de trouver à l'instant, comme il est facile de s'en assurer.

En remplaçant dans la première équation différentielle l par cette valeur $\frac{T}{E}\frac{dp}{dt}$, on obtient de suite

$$\frac{dc}{dv} = \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2}$$

relation également utile.

3° Prenons maintenant la troisième valeur trouvée pour dQ (§ 16)

$$dQ = C\,dt - (C - c)\frac{dt}{dp}\,dp$$

ou

$$dQ = C\,dt + g\,dp$$

En exprimant comme tout à l'heure les conditions d'intégrabilité, on arrive à

$$g = -\frac{T}{E} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dC}{dp} = -\frac{T}{E} \frac{d^2v}{dt^2}$$

§ 40.— Expressions de dQ déduites des relations précédentes.

Les relations précédentes nous permettent d'écrire sous des formes nouvelles les expressions obtenues pour dQ au paragraphe 16 : on a en effet (§ 16)

$$dQ = c\,dt + l\,dv$$

et

$$dQ = C\,dt + g\,dp$$

En remplaçant l et g par les valeurs (§ 39)

$$l = \frac{T}{E} \frac{dp}{dt}$$

et

$$g = -\frac{T}{E} \frac{dv}{dt}$$

il vient

$$dQ = c\, dt + \frac{T}{E} \frac{dp}{dt} dv$$

et

$$dQ = C\, dt - \frac{T}{E} \frac{dv}{dt} dp$$

Dans le cas particulier où $dt = 0$, c'est-à-dire où l'évolution du corps a lieu à température constante, ces expressions deviennent

$$\left.\begin{aligned} dQ &= \frac{T}{E} \frac{dp}{dt} dv \\ dQ &= -\frac{T}{E} \frac{dv}{dt} dp \end{aligned}\right\} \text{pour } dt = 0$$

et

La première de ces deux relations nous sera très utile dans la théorie des vapeurs (§ 66).

§ 41. — Expressions diverses de l'énergie ou chaleur interne U.

Si, dans l'équation de l'équivalence relative aux phénomènes réversibles (§ 10)

$$dU = dQ - \frac{1}{E} p\, dv$$

on remplace dQ par telle ou telle des valeurs trouvées précédemment, on obtient diverses relations susceptibles elles-mêmes de différentes transformations. Nous citerons en particulier les suivantes

$$dU = c\, dt + \frac{1}{E} \left(T \frac{dp}{dt} - p \right) dv$$

et

$$dU = C\,dt - \frac{T}{E}\,\frac{dv}{dt}\,dp - \frac{1}{E}\,p\,dv$$

expression qui peut s'écrire

$$dU = \left(C - \frac{1}{E}\,p\,\frac{dv}{dt}\right)dt - \frac{1}{E}\left(T\,\frac{dv}{dt} + p\,\frac{dv}{dp}\right)dp$$

puisque $dv = \frac{dv}{dt}\,dt + \frac{dv}{dp}\,dp$, dv étant la différentielle totale d'une fonction de t et de p.

§ 42. — Expressions diverses de l'entropie.

On a, par définition (§ 36)

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

De là résultent diverses valeurs pour dS suivant qu'on remplace, comme tout à l'heure, dQ par l'une ou l'autre de ses diverses expressions ; en particulier on a

$$dS = \frac{c}{T}\,dt + \frac{1}{E}\,\frac{dp}{dt}\,dv$$

ainsi que

$$dS = \frac{C}{T}\,dt - \frac{1}{E}\,\frac{dv}{dt}\,dp$$

§ 43. — Expressions de divers coefficients spécifiques employés dans la physique [1].

Coefficient de dilatation, Δ_1. — Par définition on a

$$\Delta_1 = \frac{1}{v}\,\frac{dv}{dt}$$

(1) Voir la *Thermodynamique* de Bertrand, page 140.

Coefficient de dilatation à volume constant, Δ_2. — Sous ce nom on désigne l'expression

$$\Delta_2 = \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}$$

Coefficient de compressibilité, Δ_3. — Par définition on a

$$\Delta_3 = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$$

Chaleur de dilatation à pression constante, l. — Ce qu'on appelle ainsi, c'est la quantité l dont la valeur est (§ 16)

$$l = (C - c) \frac{dt}{dv}$$

D'autre part (§ 39) nous avons prouvé que

$$l = \frac{T}{E} \frac{dp}{dt}$$

Chaleur de dilatation à volume constant, g. — On désigne sous ce nom l'expression g dont il a été parlé au paragraphe 16

$$g = -(C - c) \frac{dt}{dp}$$

et on sait d'ailleurs (§ 39) que

$$g = -\frac{T}{E} \frac{dv}{dt}$$

En partant de ces expressions on voi tque

$$\frac{dt}{dv} = \frac{1}{v\,\Delta_1}$$

et

$$\frac{dt}{dp} = \frac{1}{p\,\Delta_2}$$

de sorte que la relation (§ 39)

$$(C - c) \frac{dt}{dp} \frac{dt}{dv} = \frac{T}{E}$$

peut s'écrire

$$\frac{C - c}{r \Delta_1 \, p \Delta_2} = \frac{T}{E}$$

ou

$$C - c = \frac{T}{E} p v \Delta_1 \Delta_2$$

relation qu'il y a parfois intérêt à connaître.

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATIONS DE LA THERMODYNAMIQUE AUX GAZ

§ 41. — Equation caractéristique des gaz.

Dans les relations trouvées précédemment figurent les dérivées partielles de la pression, ou du volume, ou de la température; pour déterminer ces dérivées pour chaque corps, il suffit évidemment de connaitre pour la substance considérée l'équation caractéristique

$$f(p, v, t) = 0$$

dont nous avons parlé (§ 5). Dans le cas des gaz dits *parfaits,* la relation ci-dessus est

$$p v = \mathrm{R}\ (273 + t) = \mathrm{R\ T}$$

R étant une constante.

Dans la nature il n'y a pas, à coup sûr, de *gaz parfaits;* mais un certain nombre de gaz réellement existants (l'hydrogène, l'air, l'azote, l'oxyde de carbone, l'oxygène) se rapprochent assez de cet état hypothétique pour qu'on puisse considérer la loi ci-dessus comme exacte dans toutes les circonstances où on est susceptible d'employer ces fluides dans les machines thermiques et même bien au delà. Pour l'acide carbonique ainsi que pour tous les gaz facilement liquéfiables, les divergences s'accentuent beaucoup plus rapidement et, d'une manière générale, on peut dire que la loi en question est d'autant plus près d'être vérifiée que le gaz a une pression plus faible et une température plus élevée, en d'autres termes qu'il est plus éloigné de son point de liquéfaction.

Si l'on veut tenir compte des écarts qui existent entre les gaz dits

parfaits et les gaz réels, il semble qu'il faille adopter pour équation caractéristique de ces derniers

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{K}{T(v + \beta)^2}$$

formule due à Clausius, ou bien encore la suivante, proposée par M. Sarrau pour l'acide carbonique

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{K\varepsilon^{-T}}{(v + \beta)^2}$$

α, β, K et ε désignant des constantes qui dépendent de l'espèce du gaz considéré (1); mais, pour l'objet qui nous occupe, il est inutile d'avoir recours à ces formules plus exactes, et nous pouvons nous contenter de la relation

$$p\,v = R\,(273 + t) = R\,T$$

Il importe cependant de remarquer que son exactitude pratique n'a été vérifiée que dans une échelle de températures et de pressions relativement peu étendue, et par suite ce n'est que dans les limites mêmes des expériences des physiciens qu'on est en droit de se servir des formules qu'on obtient en introduisant cette relation dans les équations de la thermodynamique.

Quant à la valeur de la constante R, elle est donnée pour chaque gaz par l'équation

$$R = \frac{p_0\,v_0}{273} = \frac{10334\,v_0}{273}$$

v_0 étant le volume en mètres cubes de 1 kg. du fluide à la température de 0° centigrade et à la pression atmosphérique (10334 kg. par mètre carré) ; v_0 et par suite R sont inversement proportionnels à la densité du gaz.

Voici quelles sont, pour les principaux gaz, les valeurs de R et de quelques-unes des autres données qui les concernent :

(1) Voir les *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 1er semestre 1882, p. 639, 718. 845 et 847; le 2e semestre 1885, p. 1145, et le *Journal de physique théorique et appliquée*, 1889, p. 20.

	Air	Hydrogène	Oxygène	Azote	Oxyde de carbone	Acide carbonique
Densité par rapport à l'air . .	1,000	0,06926	1,1056	0,971	0,967	1,529
Poids de 1^{mc} de gaz à la température 0° et à la pression $p_0 = 10334^{kg}$.	kg. 1,293	kg. 0,0896	kg. 1,429	kg. 1,256	kg. 1,250	kg. 1,9770
Volume v_0 de 1^{kg} de gaz à la température 0° et à la pression 10334^{kg}.	mc 0,773	mc. 11,161	mc. 0,699	mc. 0,796	mc. 0,800	mc. 0,506
Constante $R = \frac{p_0 v_0}{273}$	29,261	422,483	26,459	30,131	30,283	19,154
Chaleur spécifique C à pression constante.	0,237	3,409	0,217	0,244	0,245	0,202
Chaleur spécifique c à volume constant	0,168	2,418	0,154	0,173	0,174	0,157
Rapport $\frac{C}{c}$	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,29

La chaleur spécifique à pression constante de l'acide carbonique augmente sensiblement avec la température ; le nombre ci-dessus est sa valeur moyenne de 0° à 100°; à 0° elle est d'environ 0,187. Le rapport 1,29 n'est lui-même pas constant ; il est notablement moindre aux températures très élevées.

§ 45. — Relations analytiques relatives aux gaz.

De la relation

$$p\,v = R\,T$$

on déduit

$$dt = \frac{p\,dv + v\,dp}{R} \qquad \text{(différentielle totale)}$$

$$\frac{dt}{dv} = \frac{p}{R} = \frac{T}{v} \qquad \text{(dérivée partielle)}$$

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R} = \frac{T}{p} \qquad \text{(dérivée partielle)}$$

et par suite (§ 15)

$$dQ = C \frac{p}{R} dv + c \frac{v}{R} dp$$

ou

$$dQ = \frac{C\, p\, dv + c\, v\, dp}{R}$$

On trouvera de même pour les autres expressions de dQ (§ 16)

$$dQ = c\, dt + \frac{C - c}{R} p\, dv$$

$$dQ = C\, dt - \frac{C - c}{R} v\, dp$$

Quant aux relations analytiques obtenues au paragraphe 39, la première devient

$$(C - c) \frac{v}{R} \frac{p}{R} = \frac{T}{E}$$

$$C - c = \frac{R}{E}$$

formule qui est vérifiée par l'expérience ; elle montre que pour un même gaz (supposé *parfait*) la fonction C—c est constante, c'est-à-dire qu'ellea toujours la même valeur, quel que soit l'état p, v, t considéré. On voit en outre que, d'un gaz à un autre, la quantité C—c est inversement proportionnelle à la densité du fluide considéré, puisqu'il en est de même pour R (§ 44).

Connaissant trois des quantités, C, c, R, E, l'équation ci-dessus permet d'obtenir la quatrième. C'est par ce moyen qu'a été calculée pour la première fois une valeur approchée de l'équivalent mécanique de la chaleur : à cet effet, Mayer est parti de ce fait expérimental que le travail moléculaire de l'air est sensiblement nul, et il a admis en même temps, ce qui est conforme à la réalité, que C et c peuvent être considérés comme constants pour ce fluide. La différence des quantités de chaleur nécessaires pour élever de dt° la température de 1 kg. d'air à pression constante et à volume constant est alors

$$(C - c)\, dt$$

D'autre part, le travail extérieur produit par l'augmentation dv de volume à la pression constante p est

$$p\, dv$$

On a donc, en admettant que le travail moléculaire est nul et en se basant sur le principe de l'équivalence,

$$(C - c)\, dt = \frac{1}{E}\, p\, dv$$

et, comme la pression p est constante pendant la production du travail $p\, dv$, la relation $pv = RT$ donne dans ce cas

$$p\, dv = R\, dt$$

D'où

$$\frac{C - c}{R} = \frac{\frac{1}{E}\, p}{p}$$

$$E = \frac{R}{C - c}$$

équation qui a permis à Mayer de calculer d'une manière approchée la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur.

Continuons maintenant à voir ce que deviennent les autres relations qui ont été obtenues pour des corps de nature quelconque (§ 39) : l'équation

$$\frac{dc}{dv} = \frac{T}{E}\, \frac{d^2 p}{dt^2}$$

donne

$$\frac{dc}{dv} = 0$$

puisque $\frac{dp}{dt} = \frac{R}{v}$ et que, dans le calcul de $\frac{d^2 p}{dt^2}$, v doit être supposé constant.

De même

$$\frac{dC}{dp} = -\frac{T}{E}\, \frac{d^2 v}{dt^2}$$

conduit à

$$\frac{dC}{dp} = 0$$

Ces deux dernières relations montrent que c et C, considérés comme fonction l'un de v et t, l'autre de p et t, ne dépendent que de t. L'expérience a fait voir en outre que, pour les gaz suffisamment éloignés de leur point de liquéfaction, C peut être considéré comme indépendant de la température (§ 22) et comme étant, ainsi que R, inversement proportionnel à la densité du gaz. Puisque $C - c = \frac{R}{E}$, il résulte de là que c est assujetti aux mêmes lois, et que le rapport $\frac{C}{c}$ est le même pour tous les gaz qui suivent les lois de Mariotte et de Gay-Lussac; sa valeur est de 1,41 (§ 44).

§ 46. — **Expressions de dQ relatives aux gaz.**

En tenant compte des relations précédentes, on a

$$l = \frac{p}{E} \qquad g = -\frac{v}{E}$$

et les trois expressions obtenues pour dQ (§§ 15 et 16) deviennent, la première

$$dQ = \frac{1}{R}(C\,p\,dv + c\,v\,dp)$$

ou

$$dQ = T\left(C\,\frac{dv}{v} + c\,\frac{dp}{p}\right)$$

la seconde

$$dQ = c\,dt + \frac{1}{E}\,p\,dv$$

et la troisième

$$dQ = C\,dt - \frac{1}{E}\,v\,dp$$

C et c étant des constantes pour un même gaz.

§ 47. — Travail moléculaire des gaz parfaits.

On a pour un corps quelconque (§ 10)

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p \, dv$$

D'autre part, on vient de voir que pour les gaz parfaits

$$dQ = c \, dt + \frac{1}{E} p \, dv$$

Cela donne pour ces derniers

$$dU = c \, dt$$

Il résulte de là que l'énergie ou chaleur interne d'un gaz varie proportionnellement à sa température, puisque c est une constante : les changements de volume qui s'accomplissent à température constante ne donnent lieu à aucune variation de l'énergie et par suite du travail interne ; en d'autres termes, le travail moléculaire des gaz parfaits est nul. C'est ce qu'on peut encore voir d'une manière un peu différente en remarquant que, c étant la chaleur spécifique à volume constant, l'augmentation d'énergie $c \, dt$, correspondant à une transformation quelconque, est la même que le volume change ou non, ce qui revient à dire que le travail moléculaire produit par le changement en question est égal à zéro.

§ 48. — Travail moléculaire des gaz réels.

Le travail moléculaire est nul dans les gaz *parfaits* ; il importe maintenant de savoir jusqu'à quel point cette assertion est exacte pour les gaz réels : la relation (§ 4)

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E} \mathfrak{T}$$

montre que dans le cas où $\Delta Q = 0$ et où $T = 0$, on a forcément

$$\Delta U = 0$$

L'énergie ne change pas quand le fluide, reprenant à la fin de la transformation la même force vive qu'au commencement, éprouve une transformation adiabatique sans produire de travail extérieur; or cette énergie se compose de deux parties:

1° Du travail moléculaire produit;

2° De l'échauffement éprouvé par le gaz.

Pour nous rendre compte de la première partie, il suffit donc d'observer la seconde dans une transformation où $\Delta Q = 0$ et où en même temps $\mathfrak{T} = 0$.

Telle est la célèbre expérience de Joule : deux masses de gaz à des pressions très différentes sont contenues dans deux récipients qu'on fait communiquer ensemble après les avoir préalablement plongés dans un calorimètre; dans ces conditions, il n'y a pas évidemment de travail extérieur produit par l'*ensemble* de la masse gazeuze, puisque son volume total n'a pas varié. On trouve alors que la température du calorimètre est restée la même, et par suite non seulement $\Delta Q = 0$, mais encore il n'y a eu ni échauffement ni refroidissement de la masse gazeuse; *le travail moléculaire est donc nul.*

Si les ballons sont plongés chacun dans un calorimètre, on trouve que l'un se refroidit et que l'autre s'échauffe; seulement les quantités de chaleur perdue et gagnée sont égales; c'est pour cela qu'on trouve $\Delta t = 0$. Dans le récipient où régnait la forte pression, il s'est produit un abaissement de température par suite du travail qui a été dépensé pour imprimer de la force vive au gaz sortant et pour surmonter une certaine pression; dans l'autre il y a eu absorption de travail et extinction de force vive; d'où échauffement.

L'expérience précédente, qui ne saurait donner des résultats pratiques extrêmement précis, a été reprise, sous une forme toute différente [1], par Joule et Sir William Thomson qui sont arrivés aux conclusions suivantes : le travail moléculaire des gaz réels ne saurait être considéré comme rigoureusement nul. A la pression atmosphérique et à la température ordinaire, une petite variation de volume donne lieu à un travail moléculaire dont le rapport au travail extérieur produit, $p\Delta v$, est

(1) On trouvera le détail de ces essais dans la plupart des traités de thermodynamique ou de théorie mécanique de la chaleur, et en particulier dans ceux de Verdet, tome Ier, p. 75; de Viry, p. 157, et de M. Lippmann, p. 139.

égal à

$$\frac{1}{1250} \text{ pour l'hydrogène}$$

$$\frac{1}{500} \text{ pour l'air}$$

$$\frac{1}{125} \text{ pour l'acide carbonique}$$

Comme il était facile de le prévoir, ces fractions augmentent à mesure qu'on a affaire à des fluides moins éloignés de leur point de liquéfaction.

Pour de fortes variations de volume et de pression, les rapports ci-dessus acquerraient des valeurs notablement plus élevées; mais en revanche ils iraient en diminuant si on opérait à de hautes températures. Quoi qu'il en soit on peut, dans la pratique et pour ce qui concerne les machines thermiques, négliger le travail interne des gaz; tel est pour nous le point capital qui ressort des expériences des physiciens.

§ 49. — **Energie ou chaleur interne de 1 kg. d'un gaz.**

On a trouvé (§ 10)

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p \, dv$$

D'autre part pour les gaz

$$dQ = c \, dt + \frac{1}{E} p \, dv$$

On en conclut immédiatement

$$dU = c \, dt$$

et, comme c est une quantité constante,

$$U = U_0 + c\,(t - t_0)$$

$$U = \text{constante} + c\,t$$

la constante est égale à $- c\,t_0$, c'est-à-dire à zéro, puisque, en vertu de nos conventions, U doit être nul pour $t_0 = 0°$ (§ 4).

L'énergie, qui est en général une fonction de p et v, se trouve donc ici être une fonction de t seulement : dans toute variation de volume et de pression qui n'est pas accompagnée d'un changement de température, l'énergie reste constante.

§ 50. — **Entropie de 1 kg. d'un gaz.**

De la première des expressions obtenues pour dQ (§ 46), on déduit de suite

$$dS = \frac{dQ}{T} = C\,\frac{dv}{v} + c\,\frac{dp}{p}$$

D'où

$$S = S_0 + C \operatorname{logn} \frac{v}{v_0} + c \operatorname{logn} \frac{p}{p_0}$$

$$S = \text{constante} + C \operatorname{logn} v + c \operatorname{logn} p$$

la constante est égale à $-(C \operatorname{logn} v_0 + c \operatorname{logn} p_0)$, p_0 et v_0 se rapportant à la température de 0° et à la pression de 10334 kg. par mètre carré (§ 36).

On a de même

$$dS = \frac{dQ}{T} = c\,\frac{dt}{T} + \frac{1}{E}\,\frac{p\,dv}{T}$$

$$= c\,\frac{dt}{T} + \frac{R}{E}\,\frac{dv}{v}$$

D'où, en remarquant que l'état initial pris pour origine correspond à $T_0 = 273°$,

$$S = S_0 + c \operatorname{logn} \frac{T}{T_0} + \frac{R}{E} \operatorname{logn} \frac{v}{v_0}$$

$$S = \text{constante} + c \operatorname{logn} (273 + t) + \frac{R}{E} \operatorname{logn} v$$

Enfin la troisième expression obtenue pour dQ donne de même

$$S = S_0 + C \operatorname{logn} \frac{T}{T_0} - \frac{R}{E} \operatorname{logn} \frac{p}{p_0}$$

$$S = \text{constante} + C \operatorname{logn} (273 + t) - \frac{R}{E} \operatorname{logn} p$$

Ces diverses valeurs de S ne doivent d'ailleurs être considérées que comme des transformations algébriques les unes des autres.

§ 51. — Equation des courbes isothermiques.

Si la température T ne varie pas, l'équation

$$p\,v = \mathrm{RT}$$

devient

$$p\,v = \text{constante}$$

La compression ou la détente isothermiques s'accomplissent suivant des hyperboles équilatères ayant pour asymptotes les axes coordonnés; ces courbes sont d'ailleurs des lignes d'*égale énergie* (§ 49).

§ 52. — Equation des courbes adiabatiques.

La relation (§ 46)

$$dQ = \frac{1}{\mathrm{R}}(\mathrm{C}\,p\,dv + c\,v\,dp)$$

montre que la détente adiabatique s'accomplit suivant la loi

$$\mathrm{C}\,p\,dv + c\,v\,dp = 0$$

$$\mathrm{C}\,\frac{dv}{v} + c\,\frac{dp}{p} = 0$$

$$\mathrm{C}\ \text{logn}\ v + c\ \text{logn}\ p = \text{constante}$$

$$p^{c}\ v^{\mathrm{C}} = \text{constante}\ (^1)$$

et, puisque $\frac{\mathrm{C}}{c} = 1{,}41$ pour les gaz dont nous nous occupons,

$$p\,v^{1,41} = \text{constante}$$

(1) Cette relation est souvent désignée sous le nom de formule de Laplace ou de Poisson.

ou

$$p^{0,71} v = \text{constante}$$

Les lignes adiabatiques sont des courbes hyperboliques ayant pour asymptotes les axes coordonnés.

§ 53. — **Variation de température produite par une détente ou une compression adiabatiques.**

Dans le cas d'une détente ou d'une compression adiabatiques, $dQ = 0$ et par suite (§ 46)

$$c\,dt + \frac{1}{E}\,p\,dv = 0$$

ou

$$c\,dt + \frac{RT}{E}\;\frac{dv}{v} = 0$$

$$c\,\frac{dt}{T} + (C - c)\,\frac{dv}{v} = 0$$

D'où

$$T^{c}\;v^{C-c} = \text{constante} = T_1^{c}\;v_1^{C-c}$$

T_1, v_1, p_1 se rapportant à l'état initial du gaz. On déduit de là

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{C-c}{c}} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{0,41}$$

ou, puisque dans une transformation adiabatique $\frac{v_1}{v} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{c}{C}}$

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{C-c}{C}}$$

ou

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29}$$

Comme il est facile de s'en rendre compte par une application numérique, la variation de température produite par une détente ou une compression adiabatiques est très grande dès que le rapport des volumes extrêmes atteint une valeur notable.

§ 54. — Quantité de chaleur à communiquer à 1 kg. d'un gaz pour opérer une transformation donnée.

Maintenant que nous connaissons l'expression de la chaleur interne d'un gaz, rien n'est plus simple que de calculer le nombre Q de calories qu'il faut communiquer au corps pour lui faire subir, suivant une courbe figurative donnée, une transformation donnée. En effet (fig. 34)

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p\, dv$$

$$Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E}\int p\, dv$$

$$Q = c\,(t_2 - t_1) + \frac{1}{E}\int p\, dv$$

Fig. 34.

Dans le cas particulier où la température finale t_2 est la même que la température initiale t_1, on a, quelles que soient d'ailleurs les phases intermédiaires de la transformation,

$$Q = \frac{1}{E}\int p\, dv$$

Tout le calorique Q communiqué au corps est transformé en travail extérieur, ce qui est une conséquence nécessaire de la nullité du travail moléculaire dans les gaz. On s'est quelquefois basé sur cette particularité pour dire qu'on pourrait transformer en travail mécanique une plus grande fraction de chaleur que ne l'indique le principe de Carnot ; mais il est facile de voir qu'en émettant cette assertion on confond deux choses absolument différentes : dans le principe en question, on ne s'occupe en effet que de machines fonctionnant d'une manière continue et *exigeant par suite que le corps évoluant revienne périodiquement à son état ini-*

tial (§ 18). Dans la transformation ci-dessus où $Q = \frac{1}{E}\int p\,dv$, rien de semblable n'existe; un des grands mérites de Carnot est de l'avoir compris et d'avoir, le premier, nettement posé l'énoncé du problème pratique de l'utilisation industrielle du calorique dans les moteurs thermiques.

Remarquons en terminant que, dans le cas où on a non seulement $t_2 = t_1$, mais où encore la transformation s'accomplit constamment suivant une isotherme, on peut écrire à tout instant

$$p\,v = \text{constante} = p_1\,v_1$$

et

$$Q = \frac{p_1\,v_1}{E}\int \frac{dv}{v}$$

$$Q = \frac{p_1\,v_1}{E}\,\text{logn}\,\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1\,v_1}{E}\,\text{logn}\,\frac{p_1}{p_2}$$

C'est la formule bien connue qui donne le travail accompli par un fluide dont la courbe de détente est l'hyperbole équilatère de Mariotte.

§ 55. — Travail produit par 1 kg. d'un gaz qui passe d'un état à un autre en recevant une quantité de chaleur donnée.

Si l'on connaît l'état initial et l'état final du corps, ainsi que le nombre Q de calories qui lui a été communiqué pendant la transformation, il est facile, connaissant la fonction U, d'obtenir $\int p\,dv$. En effet (fig. 35)

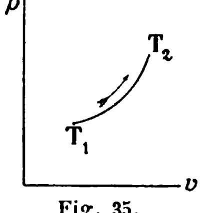


Fig. 35.

$$\frac{1}{E}\int p\,dv = Q - c\,(T_2 - T_1)$$

$$\int p\,dv = EQ - E\,c\,(t_2 - t_1)$$

équation qui résout le problème proposé.

§ 56. — Travail produit par la détente isothermique de 1 kg. d'un gaz. Quantité de chaleur absorbée.

Dans le cas de la détente isothermique $pv =$ constante, et par suite

$$\mathfrak{T} = \int p\,dv = p_1 v_1 \int \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{v}{v_1}$$

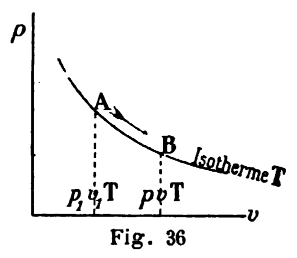


Fig. 36

ce qui peut s'écrire encore (fig. 36)

$$\mathfrak{T} = p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p}$$

Il est d'ailleurs à remarquer que $p_1 v_1 = \mathrm{RT}$.

Les expressions ci-dessus montrent que $\mathfrak{T}$ tend à devenir infini en même temps que v; le travail produit par la détente isothermique croît sans limite, en admettant toutefois que la relation $pv = \mathrm{RT}$ reste indéfiniment applicable (§ 44).

La détente isothermique d'un gaz ne peut être réalisée que si on lui communique de la chaleur à chaque instant de sa transformation ; le nombre total de calories nécessaire pour passer, dans ces conditions, de l'état p_1, v_1, T à l'état p, v, T est donné par la relation (§ 54)

$$\mathrm{Q} = c\,(\mathrm{T} - \mathrm{T}_1) + \frac{1}{\mathrm{E}} \int p\,dv$$

ce qui devient dans le cas actuel

$$\mathrm{Q} = \frac{1}{\mathrm{E}} \int p\,dv = \frac{1}{\mathrm{E}}\, p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p}$$

$$= \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{E}}\, \mathrm{T} \operatorname{logn} \frac{p_1}{p}$$

le rapport $\frac{p_1}{p}$ pouvant d'ailleurs être remplacé par $\frac{v}{v_1}$. Ce sont les formules que nous avons déjà données (§ 54).

§ 57. Chaleur dégagée pendant la compression isothermique d'un gaz.

Quand 1 kilog. d'un gaz est comprimé à température constante de

l'état p_1, v_1, T à l'état p, v, T (fig. 37) la quantité de chaleur dégagée est égale, d'après ce qui précède (§ 56), à

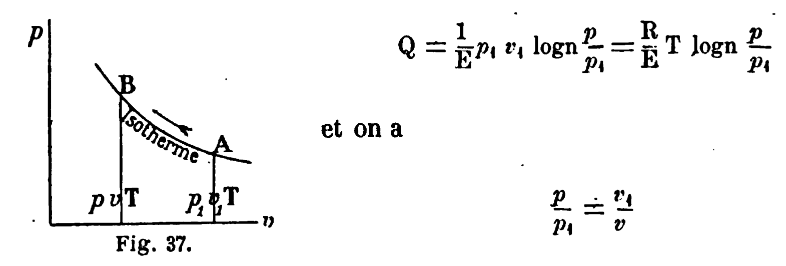


Fig. 37.

$$Q = \frac{1}{E} p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{p}{p_1} = \frac{R}{E} T \operatorname{logn} \frac{p}{p_1}$$

et on a

$$\frac{p}{p_1} = \frac{v_1}{v}$$

Si, comme on le fait souvent dans les applications, on désigne par V le volume total occupé à la pression atmosphérique (et à la température constante T) par la masse gazeuse à comprimer, on a

$$Q = \frac{1}{E} p_1 \text{ V } \operatorname{logn} \frac{p}{p_1}$$

$$= \frac{1}{425} \times 10334 \times \text{V} \times 2{,}3026 \log \frac{p}{p_1}$$

$$= 56 \text{ V} \log \frac{p}{p_1}$$

Comme il importe essentiellement de le remarquer et comme cela résulte des notions fondamentales de la thermodynamique, la quantité de chaleur que dégage le gaz en passant d'un même état initial A à un même état final B varie suivant le trajet figuratif parcouru de A en B. Imaginons par exemple qu'on comprime d'abord adiabatiquement le gaz de la pression initiale p_1 à la pression finale p, puis sous pression constante de D en B en le refroidissant, on a, en appliquant successivement le principe de l'équivalence aux trajets AB et ADB (fig. 38).

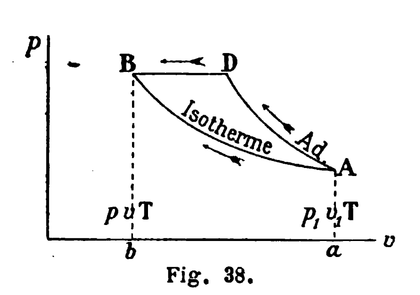


Fig. 38.

$$Q = \frac{1}{E} \text{ aire A B } b\, a$$

$$Q_1 = \frac{1}{E} \text{ aire A D B } b\, a$$

puisque la température est la même à l'arrivée qu'au départ ; Q_1 est donc supérieur à Q.

Si l'on veut calculer Q_1, on y arrive de suite en remarquant que, les échanges de chaleur étant nuls de A en D, Q_1 est égal à la chaleur abandonnée par le gaz sous pression constante de D en B ; si donc on appelle T' la température qu'il aurait en D, on a

$$Q_1 = C\,(T' - T)$$

Or (§ 53)

$$T' = T\left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29}$$

Donc

$$Q_1 = C\,T\left[\left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29} - 1\right]$$

Les exemples et les considérations de ce genre pourraient d'ailleurs évidemment être multipliés à l'infini ; si par exemple on refroidissait le gaz avant sa compression de façon que le trajet figuratif parcouru fût tel que AFGB (fig. 39) le travail de compression à produire et par suite la chaleur dégagée seraient moins grands. En revanche il faudrait évidemment tenir compte de la dépense d'argent occasionnée par la consommation d'une certaine quantité de la substance réfrigérante : on remarquera cependant que, par l'emploi d'un régénérateur ou d'une sorte d'échangeur de chaleur (§§ 27 et 28), le calorique absorbé par le gaz pendant la partie GB du trajet pourrait servir à refroidir le fluide avant son entrée dans la pompe de compression : si par exemple les deux points F et G sont situés sur une même isotherme T' les deux quantités de chaleur ci-dessus (soustraite au gaz de A en F et rendue ensuite à ce fluide de G en B) sont égales, leur valeur commune est en effet $c\,(T - T')$.

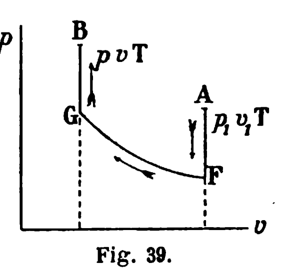


Fig. 39.

§ 58. — **Travail produit par la détente adiabatique de 1 kilog. d'un gaz.**

Dans le cas de la détente adiabatique, la relation (§ 46)

$$dQ = c\,dt + \frac{1}{E}\,p\,dv$$

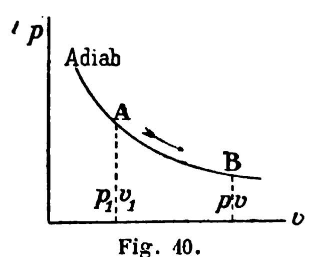


Fig. 40.

donne (fig. 40)

$$\int p\,dv = \mathrm{E}\,c\,(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T})$$

$$= \mathrm{E}\,c\,(t_1 - t)$$

T étant ici plus petit que T_1. Le rapport $\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_1}$ est d'ailleurs donné, dans le cas actuel, en fonction de $\frac{v_1}{v}$ ou de $\frac{p}{p_1}$ par les formules du paragraphe 53, de sorte qu'on a

$$\int p\,dv = \mathrm{E}\,c\,\mathrm{T}_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{0,41}\right]$$

et

$$\int p\,dv = \mathrm{E}\,c\,\mathrm{T}_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29}\right]$$

relations dans lesquelles on peut remplacer $\mathrm{E}\,c\,\mathrm{T}_1$ par la quantité égale $\frac{p_1\,v_1}{\frac{\mathrm{C}}{c} - 1} = \frac{p_1\,v_1}{0,41}$.

A la différence de ce qui avait lieu tout à l'heure pour la détente isothermique, $\int p\,dv$ ne tend pas à devenir infini en même temps que v; sa valeur limite est $\mathrm{E}\,c\,\mathrm{T}_1$ et ne dépend en aucune façon de la pression

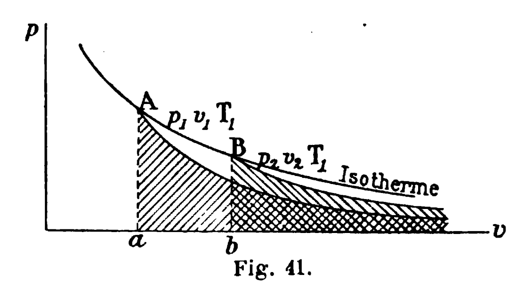


Fig. 41.

initiale : en d'autres termes les aires A a v, B b v déterminées par les deux adiabatiques partant des points A et B d'une même isotherme et supposées indéfiniment prolongées sont égales ; cela tient à ce que plus la pression initiale A a est élevée, plus la température et par suite la pression diminuent rapidement, comme l'indique la figure ci-dessus. Ce cas extrême d'une détente prolongée indéfiniment est d'ailleurs très

éloigné de la réalité ; en outre, comme nous l'avons déjà dit bien des fois, toutes nos formules et nos conclusions ne sont applicables que dans les limites où la loi $pv = RT$ a pu être vérifiée par les physiciens.

§ 59. — **Machines à air chaud.**

Pour terminer ce qui concerne les gaz, il nous resterait à parler des machines à air chaud ; mais, comme ce sujet ne rentre pas dans le cadre de notre travail, nous nous bornerons à en dire quelques mots (1) ; nous ajouterons que, suivant une remarque déjà faite (§ 18), les considérations développées précédemment ne s'appliquent qu'aux appareils dans lesquels une masse gazeuse est alternativement échauffée et refroidie, comprimée et détendue sans qu'il intervienne de réactions chimiques. Tel n'est pas le cas, par exemple, des engins dans lesquels une combustion ou une explosion se produit dans le cylindre moteur pendant la course même du piston ; les phénomènes qui se passent dans les machines de ce genre ont été exclus de nos études.

Les inventeurs de machines à air chaud ont à faire valoir en leur faveur cette considération que le rendement maximum $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ ou $1 - \frac{T_2}{T_1}$ dont est susceptible un moteur thermique du genre de ceux que nous avons considérés augmente avec la température initiale T_1 ; cette dernière ne peut guère dépasser ni même atteindre 200° quand on fait usage de vapeur d'eau, puisque la pression effective correspondante atteint alors le chiffre excessif de 15 kilog. environ ; avec les gaz au contraire il est possible de réaliser des valeurs beaucoup plus élevées pour T_1 sans qu'on ait rien à craindre pour la solidité des récipients. En outre les moteurs à air chaud n'ont pas besoin de chaudière, ce qui simplifie l'ensemble de l'appareil ainsi que la surveillance qu'il exige.

En regard de ces avantages on constate les inconvénients suivants : les hautes températures rendent le graissage très difficile et parfois impossible ; à moins de précautions spéciales on a à craindre des grippements ou même une altération des métaux par suite d'oxydation. En outre il convient de remarquer que le cycle de Carnot réalisé avec un

(1) On trouvera des détails complets sur ce sujet délicat dans le *Cours de Machines* de M. Haton de la Goupillière, Membre de l'Institut, Inspecteur général des Mines. (Tome I, 3e partie).

moteur à air chaud a une surface très petite comparativement à celui que donne, dans les mêmes circonstances, une machine à vapeur ; de là résultent un volume de cylindre considérable et par suite un grand encombrement que vient encore augmenter le volume énorme de la pompe *alimentaire à air*, volume qui se réduit à peu de chose quand c'est de *l'eau* qu'on a à refouler. Comme nous l'avons déjà dit (§§ 27 et 28) on peut remédier à ce défaut, au moins en partie et dans certains cas, en ayant recours à l'emploi de régénérateurs ; mais c'est toujours là une cause d'infériorité pratique de rendement, sans parler de l'encombrement et de la complication résultant de l'addition d'un engin auxiliaire.

A propos des hautes températures il ne faut pas oublier d'ailleurs que, en raison des échanges de chaleur qui s'accomplissent forcément entre les parois du cylindre et le fluide moteur, tout n'est pas bénéfice en réalité dans l'augmentation de la différence $T_1 - T_2$ des températures extrêmes ; en même temps que cette dernière, les échanges en question prennent plus d'importance et, comme nous le verrons plus loin, ils ont pour résultat de donner lieu à des disparitions inutiles de calorique ; il convient cependant d'ajouter qu'avec des gaz secs ces effets fâcheux sont moins à craindre qu'avec des vapeurs.

Par suite des circonstances que nous venons d'indiquer très sommairement, les moteurs à air chaud sont peu employés jusqu'ici ; on n'en fait guère usage que pour de faibles puissances et, dans ces conditions, quand ils sont convenablement établis et disposés de façon à ne jamais donner lieu à la production de températures anormales, ils peuvent être avantageux sous le rapport de la simplicité d'installation et de conduite, quelquefois aussi au point de vue de l'économie du combustible.

TROISIÈME PARTIE

APPLICATION DE LA THERMODYNAMIQUE AUX LIQUIDES

§ 60. — Expression de dQ relative aux liquides.

Pour l'étude qui nous occupe, nous n'avons que quelques mots à dire relativement aux applications de la thermodynamique aux liquides.

Si l'on appelle K la chaleur spécifique d'un liquide, l'expérience prouve que cette quantité peut être considérée comme à peu près constante, c'est-à-dire comme ayant sensiblement la même valeur à toutes les températures et à toutes les pressions ; on a donc

$$dQ = K \ dt$$

$$Q = K \ (t - t_1)$$

§ 61. — Energie ou chaleur interne de 1 kg. d'un liquide.

Dans l'expression

$$dQ = dU + \frac{1}{E} p \ dv$$

le terme $\frac{1}{E} p \ dv$ est très faible quand il s'agit d'un liquide qui change simplement de volume sans se vaporiser et auquel on n'applique pas artificiellement une pression extérieure extrêmement forte : pour l'eau par exemple, quand elle se dilate de 0° à 100° en étant soumise à la pression atmosphérique, le travail extérieur produit n'atteint pas $\frac{1}{2}$ kilogrammètre (environ $\frac{1}{1000}$ de calorie) pour 1 kilogramme de liquide. On

peut donc, d'une manière suffisamment approchée pour les besoins de la pratique, écrire

$$dU = dQ = K\,dt$$

d'où

$$U = \text{constante} + K\,t$$

la constante étant nulle (§ 4).

La même expression est évidemment applicable aux solides quand ils se dilatent ou se contractent en n'ayant à supporter que des efforts extérieurs modérés.

§ 62. — **Entropie de 1 kg. d'un liquide**

On a

$$dS = \frac{dQ}{T} = K\,\frac{dt}{T}$$

$$S = \int \frac{dQ}{T} = \int K\,\frac{dt}{T}$$

$$S = S_0 + K \operatorname{logn} \frac{T}{T_0}$$

$$S = \text{constante} + K \operatorname{logn} (273 + t)$$

la constante étant égale à — K logn 273.

§ 63. — **Données numériques relatives à l'eau.**

Il résulte des expériences de Regnault que le nombre q de calories nécessaires pour élever de 0° à $t°$ la température de 1 kg. d'eau est égal à

$$q = t + 0{,}2 \left(\frac{t}{100}\right)^2 + 0{,}3 \left(\frac{t}{100}\right)^3$$

Par suite la chaleur spécifique K de l'eau est donnée par la relation :

$$K = 1 + 0{,}004\,\frac{t}{100} + 0{,}009 \left(\frac{t}{100}\right)^2$$

ce qui donne les valeurs ci-dessous

$t =$	0°	50°	100°	150°	175°	200°
K =	1	1,004	1,013	1,026	1,035	1,044

Dans la pratique des machines à vapeur, on pourra généralement se contenter de prendre K = 1 ou une valeur un peu supérieure; Clausius a adopté K = 1,013 afin d'obtenir une plus grande concordance et en même temps une exactitude suffisante dans les formules approchées qu'il a proposées pour la vapeur d'eau et dans lesquelles il laisse de côté les termes en t^2 et t^3. Pour les calculs thermiques, les valeurs de q relatives aux diverses températures pourront être simplement prises dans les tableaux numériques placés à la fin de ce volume.

Il est également intéressant de connaître le volume occupé par 1 kg. d'eau à diverses températures; on pourra avoir recours à cet égard au tableau suivant:

VOLUME DE 1 KG. D'EAU A DIFFÉRENTES TEMPÉRATURES

$1000\,\sigma$

	litre		litre
0°.	1,000.13	100°.	1,043.1
4	1,000.00	110	1,051.2
10	1,000.25	120	1,059.9
20	1,001.74	130	1,069.4
30	1,004.25	140	1,079.5
40	1,007.70	150	1,090.3
50	1,011.95	160	1,101.7
60	1,016.91	170	1,114.0
70	1,022.56	180	1,126.8
80	1,028.87	190	1,140.2
90	1,035.67	200	1,154.4

QUATRIÈME PARTIE

APPLICATION DE LA THERMODYNAMIQUE AUX VAPEURS

§ 64. — Indication du problème à résoudre.

Comme M. Bertrand l'a fait remarquer avec tant de raison, il n'existe pas, dans la nature, de *corps* auquel on puisse donner le nom de *vapeur saturée*. Si l'on prend 1 kg. d'une vapeur saturée et si on la refroidit ou si on l'échauffe, si on la comprime ou si on la dilate, ce prétendu corps disparaît pour faire place soit à 1 kg. de vapeur surchauffée, soit à 1 kg. d'un mélange de vapeur et de liquide: que, dans une de nos machines, l'état de saturation, sans eau en excédant,. se rencontre à un moment donné, il aura cessé d'exister un instant après, à moins de circonstances tout à fait exceptionnelles, dès que, par suite d'un déplacement infiniment petit du piston, il se sera produit une transformation thermique et mécanique du corps évoluant (1). Le problème que nous avons à résoudre au sujet des vapeurs est donc le suivant : étant donné un mélange d'une vapeur et de son liquide pesant en tout 1 kg. et composé à l'origine de m kg. de la première pour $1-m$ kg. du second, étudier les transformations que subit ce mélange et la façon dont il se comporte quand on lui communique ou qu'on lui soustrait du calorique, quand on le comprime ou qu'on le dilate. C'est ce que nous allons faire maintenant.

(1) La vapeur non saturée ou surchauffée est au contraire un corps parfaitement défini qui s'écarte d'autant moins des lois de Mariotte et de Gay-Lussac qu'elle est plus éloignée de son point de liquéfaction.

§ 65. — Application des deux principes de la thermodynamique au mélange d'un liquide et de sa vapeur. Relations analytiques qui s'en déduisent.

Prenons le mélange constitué par m kg. d'une vapeur et $1-m$ kg. de son liquide (m étant plus petit que 1); p, v, t étant, à un instant quelconque, la pression, le volume et la température de ce mélange (la température et la pression étant supposées uniformes dans toute la masse), la relation caractéristique $f(p, v, t) = 0$ devient dans ce cas particulier

$$p = F(t)$$

de sorte que p ne peut varier quand t reste constant. Il résulte évidemment de là que les fonctions C et g dont nous avons parlé précédemment (§ 16) ne représentent plus rien qui ait un sens dans le cas actuel; on a en effet

$$C = \frac{dQ}{dt} \quad \text{pour } dp = 0$$

$$g = \frac{dQ}{dp} \quad \text{pour } dt = 0$$

et, comme nous venons de le dire, dt et dp ne peuvent être nuls l'un sans l'autre.

Ceci posé, remarquons que la transformation d'un liquide en vapeur et inversement est une opération *réversible* puisqu'il suffit d'un infiniment petit pour produire le changement du phénomène; si donc, par ailleurs, notre mélange de 1 kg. n'est soumis qu'à des opérations également réversibles, le principe de Carnot lui est applicable aussi bien que celui de l'équivalence, et il en est de même de toutes les formules que nous avons obtenues précédemment, en tant du moins que celles-ci ont encore un sens. En particulier on a (§ 16)

$$dQ = c\, dt + l\, dv$$

comme il est d'ailleurs facile de s'en assurer directement en appliquant le raisonnement du paragraphe 15 à une transformation infiniment petite AB (fig. 42) après avoir pris v et t comme variables indépendantes au lieu de v et p. De cette formule découlent ensuite toutes les autres, et c'est ainsi qu'on a (§§ 39 et 40)

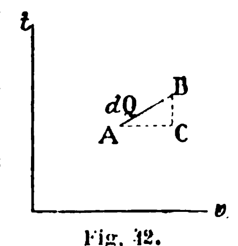


Fig. 42.

$$l = \frac{T}{E}\frac{dp}{dt}$$

$$dQ = c\,dt + \frac{T}{E}\frac{dp}{dt}dv$$

$$\frac{dc}{dv} = \frac{T}{E}\frac{d^2p}{dt^2}$$

Dans ces formules, c représente, il importe de le remarquer, la chaleur spécifique à volume constant du *mélange* de vapeur et de liquide; en d'autres termes c'est la valeur de $\frac{dQ}{dt}$ relative à ce *mélange* (à proportions variables de liquide et de vapeur) quand son volume total v ne change pas.

Les relations qui précèdent sont susceptibles de nombreuses transformations analytiques dont quelques-unes sont non seulement intéressantes, mais encore nécessaires à connaître. Au lieu de les établir de cette façon, nous aurons recours, au moins pour une partie d'entre elles, à une voie un peu plus longue, mais susceptible de mieux rendre compte de la marche des phénomènes ainsi que de la provenance des différents termes qui entrent dans les expressions en question.

§ 66. — Volume s de 1 kg. de vapeur saturée à $t°$.

Appelons :

σ le volume en mètres cubes de 1 kg. d'un liquide à $t°$;

s le volume de 1 kg. de la vapeur de ce liquide à $t°$;

r le nombre de calories nécessaires pour faire passer 1 kg. de liquide à $t°$ à l'état de vapeur à $t°$;

s-σ est alors l'augmentation de volume qu'éprouve 1 kg. de liquide en se vaporisant à $t°$. (Dans la pratique, σ est une quantité très petite par rapport à s : pour l'eau, par exemple, on a, à la température de 100°, $\sigma = 0^{mc},001043$ (§ 63), tandis que $s = 1^{mc},651$; aussi peut-on dans la plupart des applications remplacer s-σ par s). Nous désignerons cette différence s-σ par la lettre u.

Ceci posé, appliquons au phénomène de la vaporisation la relation (§ 65)

$$dQ = c\,dt + \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\,dv$$

La température étant constante pendant toute la durée de la transformation considérée, on a $dt = 0$, et par suite

$$dQ = \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\,dv$$

D'autre part, p conservant la même valeur ainsi que t pendant toute la vaporisation, on a $\frac{dp}{dt}$ = constante; d'où en intégrant

$$Q = \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\int dv$$

S'il s'agit de 1 kg. d'eau à vaporiser, $Q = r$ et $\int dv = s\text{-}\sigma$ par définition, ce qui donne

$$r = \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}(s - \sigma) = \frac{T}{E}\,\frac{dp}{dt}\,u$$

$$s = \sigma + \frac{Er}{T\,\frac{dp}{dt}}$$

relation importante qui donne s quand on connait r ainsi que $\frac{dp}{dt}$, c'est-à-dire la loi expérimentale qui relie p à t; elle est souvent désignée sous le nom de formule de Clapeyron, parce que c'est cet ingénieur qui l'a établie le premier, quoique sous une forme incomplète. Quant au volume σ de 1 mètre cube d'eau à diverses températures, il est donné par le tableau du paragraphe 63; en raison de sa faible valeur et surtout de ses faibles variations, on peut, dans un grand nombre de formules, le laisser de côté ou préférablement le considérer comme constant et égal à 0,001.

La valeur de s fait immédiatement connaître la densité $\frac{1}{s}$ de la vapeur saturée à la température de $t°$.

§ 67. — **Expression de la chaleur spécifique à volume constant c d'une vapeur humide (mélange d'un liquide et de sa vapeur).**

On a (§ 65)

$$\frac{dc}{dv} = \frac{T}{E}\,\frac{d^2p}{dt^2}$$

Le second nombre étant une fonction de t seulement, l'intégration de cette équation donne (1)

$$c = \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2} v + F(T)$$

F (T) étant une fonction (inconnue) de la température, c'est-dire constante par rapport à la variable v.

Pour faire disparaître F (T), appliquons cette relation au cas où le mélange est uniquement composé de liquide, ce qui est évidemment légitime; alors $c =$ chaleur spécifique du liquide $=$ K, et $v =$ volume de 1^{mc} de liquide à la température de $T^o = \sigma$; par suite

$$K = \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2} \sigma + F(T)$$

On en déduit

$$c = K + \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2} (v - \sigma)$$

relation qui nous sera utile pour l'étude du chauffage en vase clos d'une vapeur humide (§ 88).

§ 68. — Autres expressions de dQ.

En s'appuyant sur les relations obtenues aux paragraphes 66 et 67, on voit que l'expression (§ 65)

$$dQ = c\,dt + \frac{T}{E} \frac{dp}{dt}\,dv$$

peut s'écrire

$$dQ = \left[K + \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2} (v - \sigma)\right] dt + \frac{T}{E} \frac{dp}{dt}\,dv$$

ou bien encore

$$dQ = \left[K + \frac{T}{E} \frac{d^2p}{dt^2} (v - \sigma)\right] dt + \frac{r}{u}\,dv$$

expressions intéressantes à connaître.

(1) Voir la *Thermodynamique* de Bertrand, page 14.

§ 69. — Expression de l'accroissement de volume dv de 1 kg. d'une vapeur humide.

Le volume v du mélange constitué par m kg. de vapeur et $1 - m$ kg. de liquide est égal à

$$v = m\,s + (1 - m)\,\sigma$$

$$v = m\,(s - \sigma) + \sigma = m\,u + \sigma$$

puisque s et σ représentent les volumes qu'occupent à la température considérée 1 kg. de vapeur et 1 kg. de liquide.

v étant une fonction de m et de t, tandis que s et σ ne dépendent que de la température, on a en différentiant

$$dv = u\,dm + m\,\frac{du}{dt}\,dt + \frac{d\sigma}{dt}\,dt$$

Le volume σ de 1 kg. de liquide variant peu avec la température, on peut, à titre très approché, prendre $\frac{d\sigma}{dt} = 0$ et par suite

$$dv = u\,dm + m\,\frac{du}{dt}\,dt$$

expression qu'on peut substituer à dv dans les équations précédemment obtenues.

§ 70. — Quantité de chaleur r nécessaire pour faire passer à l'état de vapeur à t^o 1 kg. de liquide ayant la température de t^o, ou chaleur de vaporisation. Travail correspondant produit.

Considérons une chaudière contenant un liquide quelconque à t^o, auquel on communique r calories ayant pour effet d'en vaporiser 1 kg. à la température constante de t^o; pendant la transformation le piston du cylindre à vapeur marche dans le sens de la flèche de CD en C'D' (fig. 43),

tandis que le niveau baisse dans la chaudière de AB en A'B'. Comme on le voit, les volumes ABA'B', CDC'D', dont la somme est s, sont égaux l'un à σ, l'autre à $s - \sigma = u$; et le travail moteur produit par le piston a pour

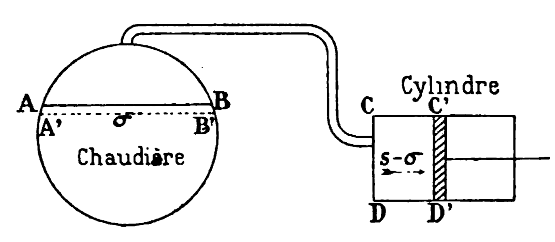


Fig. 43.

valeur $p\,\Delta v = p\,u$, ce qui correspond, comme nous le savons, à $\frac{1}{E} p\,u$ calories. Or, l'expérience prouve que le calorique dépensé r est de beaucoup supérieur à cette dernière quantité. En vertu de la loi de l'équivalence (§ 4)

$$\Delta U = \Delta Q - \frac{1}{E}\,\mathfrak{T}$$

l'excédant est employé à produire un travail moléculaire; en d'autres termes, l'énergie en chaleur interne augmente considérablement pendant la vaporisation d'un liquide, sans que le thermomètre accuse trace de la chaleur ainsi dépensée. Ce phénomène a attiré depuis longtemps l'attention des physiciens qui, par des mesures précises, ont déterminé les valeurs numériques qu'acquiert aux diverses températures la fonction r à laquelle on donne le nom de *chaleur de vaporisation* (1); nous donnons à la fin de ce volume celles qui sont relatives à la vapeur d'eau.

Fig. 44.

En terminant ce qui concerne ce sujet, nous ferons remarquer que le travail extérieur $p\,u$, obtenu par la dépense de r calories, correspond à 1 *kg. d'eau vaporisée dans la chaudière*, et seulement à $\frac{s-\sigma}{s}$ kg. de vapeur introduits dans le cylindre; c'est là un point de détail qui n'a pas d'ailleurs d'importance dans la pratique en raison de la petitesse du rapport $\frac{\sigma}{s}$.

(1) On l'appelait autrefois chaleur *latente* de vaporisation : cette dénomination n'a plus aujourd'hui aucune raison d'être.

§ 71. — Quantité de chaleur à fournir à 1 kg. d'un liquide à t_1° pour l'échauffer jusqu'à t°, et le vaporiser à cette température sous la pression correspondante.

Prenons 1 kg. de liquide à t_1° et chauffons-le jusqu'à t°, sans que le volume du vase qu'il remplit entièrement permette à la moindre partie de se vaporiser (fig. 45); à ce moment maintenons, par une source conve-

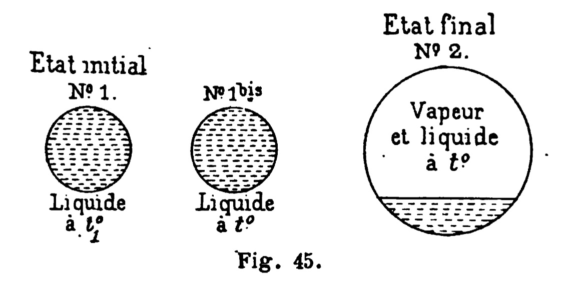


Fig. 45.

nable de chaleur, la température constamment égale à t° et offrons peu à peu au fluide un volume progressivement croissant jusqu'à ce qu'il y ait m kg. de vapeur produite (m étant $\leqq 1$). Dans ces conditions bien nettement définies, proposons-nous de voir combien il faut communiquer de calories au corps pour accomplir l'opération ci-dessus.

La valeur cherchée Q (*qui se rapporte à la transformation toute particulière dont nous venons de parler*) est évidemment la somme des deux parties qui ont été dépensées dans les deux phases successives que nous venons d'indiquer; on a donc

$$Q = \int K\, dt + m\, r$$

r désignant, comme précédemment, la *chaleur de vaporisation* à la température considérée t° (§ 70). La chaleur spécifique K du liquide pouvant être regardée comme sensiblement constante, au moins dans un certain intervalle de température (§ 60), la relation précédente devient

$$Q = K\,(t - t_1) + m\, r$$

On remarquera d'ailleurs que le travail extérieur produit pendant la transformation considérée est

$$m\,p\,u$$

et que la relation d'équivalence appliquée de l'état initial à l'état final donne

$$Q = U - U_1 + \frac{1}{E}\,m p u$$

Dans le cas particulier où tout le liquide est réduit en vapeur, on n'a qu'à faire $m = 1$ dans les expressions précédentes.

Un point essentiel à noter, c'est que, sans rien changer à l'état initial et à l'état final considérés, on n'aurait pas à dépenser la même quantité de calorique si la transformation du corps évoluant ne s'opérait pas dans les conditions que nous avons indiquées : supposons en effet par exemple qu'on chauffe le liquide jusqu'à une température $\theta < t$ à laquelle on effectuera la vaporisation pour faire monter ultérieurement le thermomètre jusqu'à t^o en conservant dans cette dernière partie de la transformation le volume constant et égal, comme tout à l'heure, à $mu + \sigma$; c'est ce qu'indique le croquis suivant (fig. 46).

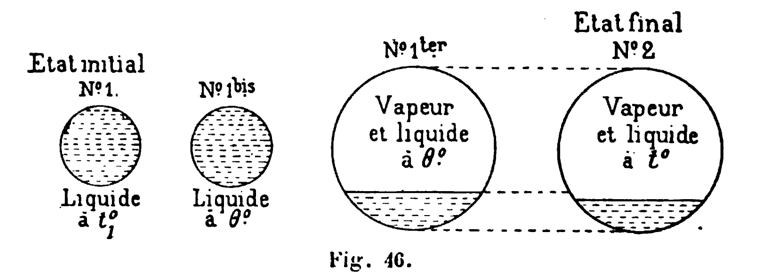


Fig. 46.

En appliquant l'équation d'équivalence à la transformation totale (de l'état 1 à l'état 2), on a alors, en appelant Q' le nombre de calories dépensées,

$$Q' = U - U_1 + \frac{1}{E}\,\pi \times \Delta v$$

$$Q' = U - U_1 + \frac{1}{E}\,\pi\, m\, u$$

π, qui désigne la tension maximum de la vapeur saturée à θ^o, est plus

petit que p, et par suite on a $Q' < Q$. L'accroissement de la chaleur interne est toujours forcément le même (§ 4); mais il n'en est pas ainsi de la chaleur dépensée qui augmente et diminue en même temps que le travail extérieur produit; elle acquiert sa valeur maximum dans le premier cas que nous avons examiné, celui où la vaporisation a lieu à la température finale maximum t.

Une remarque semblable est applicable au passage inverse de l'état de vapeur à celui de liquide : pour obtenir précisément la valeur Q indiquée plus haut, il faut, comme cela a eu lieu dans les expériences de Regnault (§ 122), que la condensation du fluide soit opérée (sans vitesse sensible) à une pression identique à celle de l'ébullition, de façon que le travail extérieur consommé soit égal à celui qui a été développé par la vapeur pendant sa formation, et qu'on n'ait pas en outre à se préoccuper des forces vives en jeu.

§ 72. — Énergie ou chaleur interne de 1 k. d'une vapeur humide (mélange d'un liquide et de sa vapeur).

Prenons 1 kg. de liquide à 0° et considérons-le ensuite réduit partiellement en vapeur à la température de $t°$ (m kg. de vapeur et $1-m$ kg. de liquide); l'accroissement qu'éprouve dans ces conditions la fonction U est, d'après nos définitions (§ 4), ce qu'on appelle l'énergie du mélange en question; il est très facile de la calculer.

L'accroissement de U étant en effet indépendant des phases suivant lesquelles se produit la transformation (§ 4), choisissons celle que nous avons étudiée en détail au paragraphe précédent et dans laquelle la vaporisation a lieu tout entière à la température finale t : l'équation de l'équivalence donne

$$U - U_0 = Q - \frac{1}{E} m p u$$

mais on a trouvé (§ 71) que dans ce cas

$$Q = K (t - t_0) + m r$$

on a donc

$$U = U_0 + K (t - t_0) + m r - \frac{1}{E} m p u$$

ou

$$U = \text{constante} + K\,t + m\,r - \frac{1}{E}\,m\,p\,u$$

la constante, qui serait égale à — K t_0, ayant ici une valeur nulle.

En posant

$$\rho = r - \frac{1}{E}\,p\,u$$

cette expression devient

$$U = \text{constante} + K\,t + m\,\rho = K\,t + m\,\rho$$

r, p, u et ρ étant des fonctions de la température t, dont les valeurs numériques sont connues expérimentalement pour un certain nombre de vapeurs.

§ 73. — **Entropie de 1 kg. d'une vapeur humide.**

Le même procédé va nous permettre de calculer l'entropie $\int \frac{dQ}{T}$ d'un mélange d'eau et de vapeur à la température de $t°$; l'accroissement de cette fonction étant en effet, comme pour l'énergie, indépendant des circonstances de la transformation (§ 36), nous choisirons la même que tout à l'heure, et, pour résoudre le problème, il nous suffira évidemment, après avoir calculé les valeurs de $\int \frac{dQ}{T}$ pour chacune des phases de l'évolution en question, de faire la somme de ces diverses parties. En passant de l'état *liquide* de $T_0°$ à $T°$, il y a une augmentation d'entropie égale à (§ 62)

$$\int \frac{dQ}{T} = K \operatorname{logn} \frac{T}{T_0}$$

D'autre part le passage de l'état liquide à T° à l'état de mélange d'eau et de vapeur, s'effectuant à la température *constante* de T°, donne une augmentation d'entropie égale à

$$\int \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int dQ = \frac{1}{T}\,m\,r$$

puisque m kg. d'eau à T° passent à l'état de vapeur à T°.

L'accroissement total cherché a donc, en définitive, pour expression

$$S - S_0 = K \text{ logn } \frac{T}{T_0} + \frac{m\,r}{T}$$

et par conséquent

$$S = \text{constante} + K \text{logn } (273 + t) + \frac{m\,r}{273 + t}$$

la constante étant égale à — K logn 273. Dans cette formule il faut évidemment faire $m = 1$ si le liquide est totalement réduit en vapeur.

§ 74. — Vapeur surchauffée.

Une vapeur surchauffée, suffisamment éloignée de son point de liquéfaction, n'est autre chose qu'un gaz, et, dans ces conditions, elle obéit, ou à peu près, aux lois de Mariotte ou de Gay-Lussac; mais, dans la pratique, ce qui nous intéresserait au contraire, ce serait de savoir comment se comporte une vapeur peu éloignée de son point de saturation. Nous manquons malheureusement de renseignements précis sur ce sujet, et, dans l'état actuel des choses, on traite souvent les vapeurs légèrement surchauffées comme des gaz.

En ce qui concerne l'application aux machines à vapeur actuellement en usage, la question n'a pas d'ailleurs une très grande importance : sauf des cas exceptionnels, la surchauffe y est en effet très modérée (pour des raisons pratiques de bon fonctionnement) et elle a disparu avant la fin de la période d'introduction; le calorique gagné par la vapeur pendant sa surchauffe est alors employé à réchauffer partiellement les parois du cylindre qui se sont refroidies pendant la période d'évacuation, et la chaleur ainsi abandonnée $\int C'dt$ se calcule facilement, puisque la chaleur spécifique C' de la vapeur surchauffée à *pression constante* peut se déterminer expérimentalement sans grande difficulté. Dans la pratique, C' peut en outre être considéré comme à peu près constant, ce qui simplifie encore les choses.

La quantité de chaleur Q à communiquer à 1 kg. de liquide à 0° pour l'échauffer à T°, le vaporiser entièrement à cette température, puis enfin

le surchauffer à pression constante jusqu'à T'° est évidemment, d'après ce qui précède,

$$Q = K (T - T_0) + r + C' (T' - T)$$
$$= K t + r + C' (t' - t)$$

$K (T - T_0) + r$ est en effet le calorique nécessaire pour opérer la transformation entière de l'eau en vapeur saturée et $C' (t' - t)$ représente les calories employées à la surchauffe.

§ 75. — Energie ou chaleur interne de 1 kg. d'une vapeur surchauffée.

Si l'on suppose que la vapeur surchauffée obéit aux mêmes lois que les gaz, on peut obtenir facilement l'expression des fonctions qui représentent l'énergie et l'entropie de 1 kg. de ce fluide.

D'après l'hypothèse que nous venons d'admettre, les volumes et les pressions sont liés par la relation

$$\frac{p\,v}{p'\,v'} = \frac{1 + \beta t}{1 + \beta t'}$$

d'où

$$p\,v = R' \left(\frac{1}{\beta} + t\right)$$

le coefficient de dilatation β d'une vapeur surchauffée voisine de son point de saturation n'est pas, à coup sûr, le même que celui des gaz ; pour la vapeur d'eau par exemple, on a environ $\frac{1}{\beta} = 225$ au lieu de 273 ; mais la différence n'est pas tellement forte qu'il soit absolument nécessaire d'en tenir compte eu égard aux autres causes d'inexactitude du sujet, et nous admettrons qu'on peut prendre approximativement pour équation caractéristique

$$p\,v = R' (273 + t) = R'\,T$$

R' étant la constante relative à la vapeur surchauffée considérée.

Dans les conditions qui précèdent, la valeur de l'énergie

$$U = \int \left(d\,Q - \frac{1}{E}\,p\,dv\right)$$

s'obtient immédiatement: nous avons en effet déjà trouvé ce qu'est cette intégrale jusqu'au moment où commence la surchauffe (§ 72),

$$U_0 + K (t - t_0) + \rho$$

et il ne reste qu'à ajouter à cette expression la valeur de $\int (dQ - \frac{1}{E} p\, dv)$ relative à la surchauffe d'un corps gazeux, c'est-à-dire (§ 49)

$$c' (t' - t)$$

c' désignant, comme au paragraphe 49, la chaleur spécifique de la vapeur à *volume constant*. On a donc en définitive

$$U = U_0 + K (t - t_0) + \rho + c' (t' - t)$$

ou bien

$$U = Kt + \rho + c' (t' - t)$$

La valeur de c' se déduira d'ailleurs approximativement, comme pour les gaz, du nombre expérimental C' au moyen de la relation (§ 45)

$$C' - c' = \frac{R'}{E}$$

§ 76. — **Entropie de 1 kg. d'une vapeur surchauffée.**

Dans les mêmes hypothèses que tout à l'heure, on obtient immédiatement la valeur de l'entropie en décomposant, comme précédemment, le phénomène en deux parties : en premier lieu on a, en s'arrêtant au moment où commence la surchauffe, l'expression (§ 73)

$$S_0 + K \operatorname{logn} \frac{T}{T_0} + \frac{mr}{T}$$

Quant à l'accroissement de l'entropie dû à la surchauffe, la dernière relation du paragraphe 50 donne simplement

$$C' \operatorname{logn} \frac{T'}{T}$$

puisque la transformation considérée a lieu à pression constante. On a donc en définitive

$$S = S_0 + K \text{ logn } \frac{T}{T_0} + \frac{r}{T} + C' \text{ logn } \frac{T'}{T}$$

ou

$$S = \text{constante} + K \text{ logn } (273 + t) + \frac{r}{273 + t} + C' \text{ logn } \frac{273 + t'}{273 + t}$$

On aura soin d'ailleurs de ne pas oublier que toutes ces formules relatives aux vapeurs surchauffées reposent sur des hypothèses peu conformes à la réalité, et il n'y a en conséquence pas grand fonds à faire sur elles. Nous reviendrons sur ce sujet en parlant de la vapeur d'eau surchauffée (§ 101).

§ 77. — Nouvelle expression de la quantité de chaleur dQ nécessaire à une transformation de 1 kg. d'une vapeur humide.

Grâce à l'étude d'un cas particulier, celui de la vaporisation s'effectuant en totalité à pression constante, nous avons pu obtenir une expression générale de l'entropie du mélange constitué par un liquide et sa vapeur (§ 73)

$$\int \frac{dQ}{T} = S = \text{constante} + K \text{ logn } T + \frac{m\,r}{T}$$

Inversement maintenant, connaissant cette expression générale, nous allons pouvoir en déduire une valeur de dQ (applicable à toutes les circonstances possibles), qui nous permettra d'étudier une transformation quelconque d'une vapeur mélangée de liquide plus commodément que cela ne serait possible avec les formes précédemment obtenues pour dQ (§§ 65 et 68).

A cet effet différentions la relation

$$\int \frac{dQ}{T} = \text{constante} + K \text{ logn } T + \frac{m\,r}{T}$$

dans laquelle m (proportion de vapeur contenue dans le mélange) varie pendant le cours de la transformation tout aussi bien que T et r.

On a ainsi

$$\frac{dQ}{T} = K \frac{dt}{T} + d \frac{m r}{T}$$

$$= K \frac{dt}{T} + \frac{r}{T} dm + \frac{m}{T} dr - \frac{m r}{T^2} dt$$

D'autre part, r étant simplement une fonction de la température, on a

$$dr = \frac{dr}{dt} dt$$

et par suite

$$dQ = \left(K + m \frac{dr}{dt} - \frac{m r}{T}\right) dt + r\, dm$$

§ 78. — Indication de divers problèmes relatifs aux vapeurs.

L'équation (§ 77)

$$dQ = \left(K + m \frac{dr}{dt} - \frac{m r}{T}\right) dt + r\, dm$$

dans laquelle r et $\frac{dr}{dt}$ doivent être considérés comme étant des fonctions expérimentalement connues de la température, permet d'examiner différents cas intéressants et de résoudre divers problèmes, en prenant pour inconnue l'une des trois quantités dQ, dm ou dt, les deux autres étant des données de la question ainsi que K, m et t. On peut évidemment aussi prendre pour donnée ou pour inconnue l'accroissement dv du volume total du mélange de liquide et de vapeur, en se rappelant que (§ 69)

$$dv = u\, dm + m \frac{du}{dt} dt$$

u et $\frac{du}{dt}$ étant, comme r et $\frac{dr}{dt}$, des fonctions connues de t.

Pour mieux nous rendre compte des différentes questions que nous allons traiter, considérons 1 kg. de vapeur *surchauffée* et comprimons-la indéfiniment en lui soustrayant du calorique de telle façon que sa température t reste constante; la courbe isotherme correspondante $p = f(v)$ commence alors par avoir une forme telle que AB (fig. 47). A partir d'un certain point B

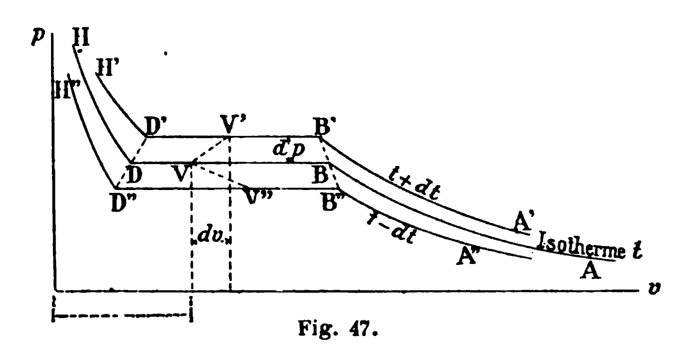


Fig. 47.

la saturation se produit, et, tant que toute la vapeur n'est pas liquéfiée, la pression ne change pas; de là résulte une partie horizontale BD, après quoi la courbe $p = f(v)$ se relève brusquement en DH, puisqu'elle correspond à la compression du liquide seul. Traçons de même les isothermes $t + dt$ et $t - dt$: les transformations que nous étudierons seront celles de 1 kg. de vapeur humide (m kg. de vapeur et $1 - m$ kg. de liquide) ayant une température T et passant de l'état V à l'état V' ($m + dm$ kg. de vapeur, température $t + dt$) ou à l'état V" (température $t - dt$). Comme nous l'avons dit tout à l'heure, m, t et deux des quantités dQ, dm, dt ou dv seront les données de la question.

Dans le cas particulier où, dans le cours d'une transformation, le mélange se trouve accidentellement réduit en entier en vapeur, c'est-à-dire si la vapeur est sèche à l'instant considéré, m est alors égal à l'unité. Telle est la circonstance qui se présente pour les points B, B', B"; en D, D', D" on n'a, au contraire, que du liquide sans vapeur; nous aurons d'ailleurs l'occasion de revenir prochainement sur ces particularités.

Un point capital à noter, c'est que les relations ci-dessus, ainsi d'ailleurs que toutes celles qui sont déduites du second principe de la thermodynamique, ne sont applicables qu'à des phénomènes *réversibles* dans lesquels le fluide considéré rencontre toujours devant lui une pression précisément égale à sa propre force élastique; par exemple tout ce qui se passe dans l'étranglement de la vapeur au moyen d'une valve (§ 117)

ne relève en aucune façon des équations précédentes. C'est là d'ailleurs un point sur lequel nous avons eu déjà l'occasion d'insister.

§ 79. — Quantité de chaleur nécessaire pour que, dans une transformation infiniment petite, la proportion de liquide et de vapeur d'une vapeur humide ne change pas.

Dans la transformation considérée on a $dm = 0$, et par suite (§ 77)

$$dQ = \left(K + m \frac{dr}{dt} - \frac{m\,r}{T}\right) dt$$

équation qui résout le problème proposé.

On en déduit

$$\frac{dQ}{dt} = K + m \frac{dr}{dt} - \frac{m\,r}{T}$$

expression qui est une fonction de T et de m.

§ 80. — Chaleur spécifique de la vapeur saturée sèche.

Supposons que, outre la condition $dm = 0$ du problème précédent, on ait $m = 1$, c'est-à-dire qu'il s'agisse de *vapeur saturée restant constamment sèche*; on a alors

$$\frac{dQ}{dt} = K + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} = h$$

Cette fonction de T, que nous désignerons par la lettre h, a été appelée, assez improprement d'ailleurs, *chaleur spécifique de la vapeur saturée;* elle présente une grande importance, comme nous le verrons bientôt en parlant de la vapeur d'eau (§ 99).

Comme nous l'avons dit tout à l'heure, les points B et B' (fig. 48) sont ceux qui correspondent, pour les températures t et $t + dt$, à de la vapeur saturée sèche, de sorte que la transformation BB' [1] est celle qui correspond

(1) Le point B' est situé à gauche de la verticale du point B, puisque le volume de 1 kilog de vapeur saturée sèche diminue à mesure que la pression et la température augmentent.

à $dm = 0$, et $m = 1$, c'est-à-dire aux données du problème qui nous oc-

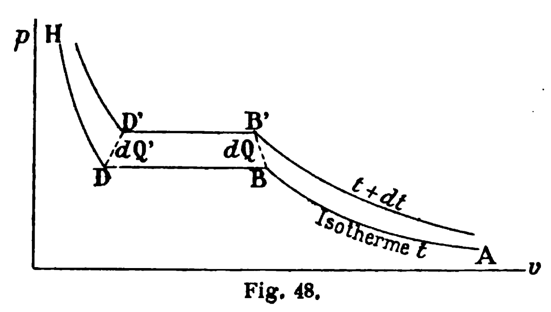


Fig. 48.

cupe; pour la produire il faut dépenser un nombre de calories (positif ou négatif) donné par la relation

$$dQ = h\, dt = \left(K + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}\right) dt$$

Incidemment nous ferons remarquer que les points D et D' correspondent, comme on le voit de suite, à la condition $m = 0$ (liquide sans vapeur, constamment soumis à une pression égale à celle de sa vapeur saturée) (1), et par suite, si dQ' est la quantité de chaleur exigée par la transformation DD', $\frac{dQ'}{dt}$ est la chaleur spécifique K du liquide, comme cela résulte de l'expression

$$dQ = \left(K + m\frac{dr}{dt} - \frac{m\,r}{T}\right) dt + r\, dm$$

dans le cas où $dm = 0$ avec $m = 0$.

§ 81. — Détente adiabatique d'une vapeur humide.

Dans le cas où le mélange considéré se détend sans réception ou soustraction de chaleur, on a $dQ = 0$, et par suite (§ 77)

$$0 = \left(K + m\frac{dr}{dt} - \frac{m\,r}{T}\right) dt + r\, dm$$

$$dm = \frac{m\left(r - T\frac{dr}{dt}\right) - K\,T}{r\,T}\, dt$$

(1) Pratiquement la pression à laquelle le liquide est soumis n'a pas d'influence sur la valeur de dQ (§ 60).

Si *dm* est < 0, la proportion de vapeur contenue dans le mélange diminue, c'est-à-dire qu'il y a condensation d'une partie de la vapeur; il se produit au contraire une vaporisation d'une certaine quantité de liquide quand *dm* est positif. Or, lorsqu'une vapeur se détend d'une façon réversible sans recevoir de chaleur du dehors, *dt* est négatif, comme le montre la relation (§ 68)

$$dQ = 0 = \left[K + \frac{T}{E}\frac{d^2p}{dt^2}(v - \sigma)\right]dt + \frac{r}{u}dv$$

En effet, pour toutes les vapeurs expérimentées et dans les limites où on les emploie dans la pratique, on a reconnu que $\frac{dp}{dt}$ va en augmentant avec t, de sorte que $\frac{d^2p}{dt^2}$ est positif; les deux coefficients ci-dessus de *dt* et *dv* étant positifs, $\frac{dt}{dv}$ est négatif, c'est-à-dire que *dt* est < 0 pour $dv > 0$. On voit donc par là que la détente adiabatique donne lieu à une con densation quand on a

$$m\left(r - T\frac{dr}{dt}\right) - KT > 0$$

$$m > \frac{KT}{r - T\frac{dr}{dt}}$$

Si la proportion de vapeur contenue dans le mélange est inférieure à ce chiffre, c'est une vaporisation qui a lieu [1]. Dans le cas enfin où

$$m = \frac{KT}{r - T\frac{dr}{dt}}$$

le degré d'humidité reste constant aux premiers moments d'une détente adiabatique.

§ 82.— Compression adiabatique d'une vapeur humide.

S'il s'agit d'une compression adiabatique, *dt* change de signe, et ce sont par suite les phénomènes inverses des précédents qui se produisent, comme cela est d'ailleurs évident à priori.

(1) En nous occupant de la vapeur d'eau (§ 100), nous verrons à quelle cause est due cette inversion dans la marche du phénomène.

§ 83. — Proportion de vapeur existant aux différents degrés de la détente adiabatique d'une vapeur humide.

Supposons que 1 kg. du mélange formé par une vapeur et son liquide passe, par une détente adiabatique, de l'état m_1, T_1 à l'état m, T; l'entropie de ce kilogramme a successivement pour valeur (§ 73)

$$S_1 = \text{constante} + K \text{ logn } T_1 + \frac{m_1 r_1}{T_1}$$

$$S = \text{constante} + K \text{ logn } T + \frac{m r}{T}$$

Or, dans la transformation considérée, l'entropie $S = \int \frac{dQ}{T}$ reste constante puisque à tout instant $dQ = 0$; on a donc

$$S = S_1$$

ce qui conduit à

$$K \text{ logn } T + \frac{m r}{T} = K \text{ logn } T_1 + \frac{m_1 r_1}{T_1}$$

$$m = \frac{T}{r} \left(K \text{ logn } T_1 + \frac{m_1 r_1}{T_1} - K \text{ logn } T\right)$$

$$m = \frac{T}{r} (\text{constante} - K \text{ logn } T)$$

relation qui permet de calculer à tout instant la proportion m de vapeur quand, en partant d'un état initial donné m_1, T_1, on produit une détente adiabatique telle que la température s'abaisse à T. Le problème proposé se trouve donc ainsi résolu, puisque la température T d'une vapeur saturée est elle-même connue expérimentalement en fonction de la pression p.

§ 84. — Courbe de détente adiabatique d'une vapeur humide.

Prenons 1 kg. d'un mélange de vapeur et de liquide ayant la température t° et contenant m kg. de vapeur; le volume total qu'elle occupe à la pression correspondante *connue* p est (§ 69)

$$v = m u + \sigma$$

quantité qui peut être calculée, puisque u et σ sont également connus en fonction de t.

Faisons maintenant détendre adiabatiquement le fluide jusqu'à ce que sa température s'abaisse successivement à t', t''.....; la relation du paragraphe 83 nous permet de calculer immédiatement les proportions m', m'' de vapeur du mélange aux divers moments considérés, et par suite les volumes correspondants

$$v' = m' u' + \sigma'$$
$$v'' = m'' u'' + \sigma''$$

etc. On est donc maintenant en mesure de déterminer les valeurs numériques des volumes v pour telles valeurs qu'on veut de t et par suite de p; en d'autres termes, la loi numérique de la relation $p = f(v)$ relative à la détente adiabatique d'un mélange donné de vapeur et de liquide se trouve ainsi déterminée.

La question que nous venons de traiter aurait une importance pratique considérable si la vapeur se détendait adiabatiquement dans les cylindres de nos machines, mais il est bien prouvé maintenant que des échanges notables de calorique ont lieu entre les parois métalliques des cylindres et le fluide évoluant: l'hypothèse $dQ = 0$ n'étant plus alors justifiée, les conséquences qu'on en déduit ont dès lors beaucoup moins d'intérêt pour les constructeurs. La même remarque est applicable à la question suivante.

§ 85. — **Travail produit par la détente adiabatique de 1 kg. d'une vapeur humide.**

Dans le cas d'une transformation adiabatique, l'équation de l'équivalence

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

donne (fig. 49)

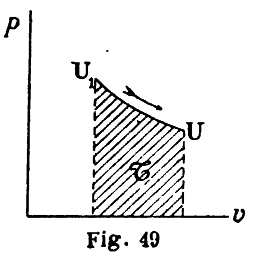


Fig. 49

$$\mathfrak{T} = -E\Delta U = E(U_1 - U)$$

U_1 et U représentant les chaleurs internes du fluide au commencement

et à la fin de l'opération. Or, si l'on part de l'état m_1, t_1 pour aboutir à l'état m, t, on a (§ 72)

$$U_1 - U = K (t_1 - t) + m_1 \rho_1 - m \rho$$

m_1, t_1 et t étant les données du problème, p_1, p, r_1, r, u_1 et u sont immédiatement connus ainsi que m qui se calcule par la relation du paragraphe 83; la différence $U_1 - U$ et par suite le travail correspondant $\mathfrak{T}$ peuvent donc se calculer. L'opération ne laisse pas, comme on le voit, d'être un peu laborieuse si on l'effectue de cette façon; nous verrons, en parlant de la vapeur d'eau, comment on peut la simplifier en ayant recours à des relations empiriques; mais, ainsi que nous venons de le dire, l'intérêt pratique du problème est limité, puisqu'il correspond à un cas qui ne se rencontre pas dans le fonctionnement des machines à vapeur.

§ 86. — Étude du cycle de Carnot réalisé avec une vapeur humide.

Prenons un mélange contenant m_1 kg. de vapeur et $1 - m_1$ kg. de liquide, et faisons-le évoluer suivant un cycle de Carnot, c'est-à-dire en décrivant deux isothermes AB, CD, et deux adiabatiques BC, DA (fig. 50);

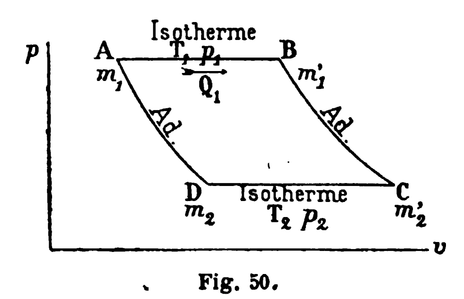


Fig. 50.

il nous est facile maintenant de nous rendre compte de toutes les circonstances du phénomène :

1° Proposons-nous de voir d'abord quelles sont les proportions de vapeur m'_1, m'_2, m_2, qui existent aux instants B, C, D de l'évolution : de A en B on vaporise, à la *température constante* t_1, $m'_1 - m_1$ kg. de liquide, et,

d'après ce qui a été expliqué en détail au paragraphe 70, on dépense pour cela un nombre de calories Q_1 égal à

$$Q_1 = (m'_1 - m_1)\, r_1$$

et représentant à la fois l'accroissement d'énergie interne et le travail extérieur produit. Suivant la valeur plus ou moins forte de la quantité *arbitraire* Q_1, m'_1 a une valeur plus ou moins supérieure à m_1 (depuis $m'_1 = m_1$ jusqu'à $m'_1 = 1$), de sorte que non seulement m_1, mais encore m'_1 est pour nous, ainsi que T_1 et T_2, l'une des données arbitraires du problème que nous étudions, (Q_1 s'en déduit alors par la relation ci-dessus); il n'y a donc que m'_2 et m_2 à calculer. Pour cela il suffit d'avoir recours à la relation du paragraphe 83 qui, appliquée de B en C et de A en D, donne

$$m'_2 = \frac{T_2}{r_2}\left(K \operatorname{logn} T_1 + \frac{m'_1 r_1}{T_1} - K \operatorname{logn} T_2\right)$$

$$m_2 = \frac{T_2}{r_2}\left(K \operatorname{logn} T_1 + \frac{m_1 r_1}{T_1} - K \operatorname{logn} T_2\right)$$

et l'on a forcément $m'_2 > m_2$ puisque m'_1 est supérieur à m_1;

2° La quantité Q_2 de chaleur versée à la source froide est, comme dans le cas de Q_1, égale à

$$Q_2 = (m'_2 - m_2)\, r_2$$

ce qui donne

$$Q_2 = \frac{T}{T_1}(m'_1 - m_1) r_1 = Q_1 \frac{T_2}{T_1}$$

c'est d'ailleurs ce qui résulte immédiatement d'un théorème connu (§ 22);

3° Les travaux extérieurs accomplis par le mélange de liquide et de vapeur ont pour valeurs (fig. 51 et 52)

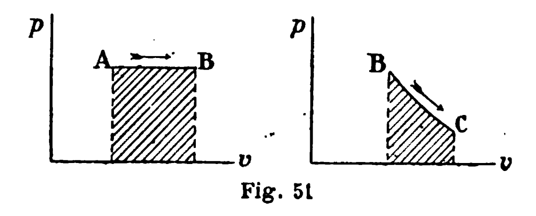


Fig. 51

de A en B (§ 70)

$$(m'_1 - m_1)\, p_1 u_1$$

de B en C (§ 85)

$$EK(t_1 - t_2) + E\,m'_1\,\rho_1 - E\,m'_2\,\rho_2$$

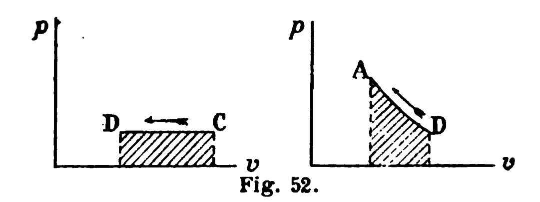


Fig. 52.

de C en D (travail résistant, c'est-à-dire négatif)

$$-(m'_2 - m_2)\,p_2\,u_2$$

de D en A (travail résistant)

$$-EK(t_1 - t_2) - E\,m_1\rho_1 + E\,m_2\,\rho_2$$

La somme algébrique de ces quatre expressions donne évidemment la surface du cycle ABCD, c'est-à-dire le travail réalisé; comme on devait s'y attendre, cette somme est

$$\begin{aligned}\mathcal{T} &= E\,r_1\,(m'_1 - m_1) - E\,r_2\,(m'_2 - m_2)\\ &= E\,(Q_1 - Q_2)\\ &= E\,Q_1\,\frac{T_1 - T_2}{T_1}\\ &= E\,r_1\,(m'_1 - m_1)\,\frac{T_1 - T_2}{T_1}\end{aligned}$$

Toutes les circonstances de l'évolution accomplie se trouvent donc ainsi analysées.

§ 87.— Nombre de kilogrammes de vapeur humide dépensée par heure et par cheval, dans le cas du cycle de Carnot.

Un kilogramme d'un mélange de liquide et de vapeur, subissant

l'évolution qui vient d'être indiquée, produit, pendant un temps quelconque, *une seconde* par exemple, un travail égal à (§ 86)

$$E\, r_1\, (m'_1 - m_1)\, \frac{T_1 - T_2}{T_1} \text{ kgm}$$

c'est-à-dire

$$\frac{E\, r_1\, (m'_1 - m_1)\, (T_1 - T_2)}{75\, T_1} \text{ chevaux-vapeur}$$

En 1 heure et pour le même nombre de chevaux, on dépensera 3600 kg. de vapeur humide (au lieu de 1 kg), de sorte que le nombre cherché est égal à

$$N = \frac{3600 \times 75\, T_1}{E\, r_1\, (m'_1 - m_1)\, (T_1 - T_2)}$$

$$= \frac{635{,}3\, (273 + t_1)}{r_1\, (m'_1 - m_1)\, (t_1 - t_2)}$$

Dans le cas particulier où le mélange considéré se compose uniquement de liquide au commencement de l'évolution en A, et entièrement de vapeur en B à la fin de la période d'échauffement, il suffit de faire $m_1 = 0$ et $m'_1 = 1$ dans la relation ci-dessus.

§ 88. — Quantité de chaleur nécessaire au chauffage, en vase clos, d'une vapeur humide.

Prenons un vase dont le volume total soit égal à v mètres cubes et qui contienne 1 kg. d'un mélange composé de liquide et de vapeur à la température de $T°_1$; proposons-nous de calculer le nombre de calories Q qu'il faut communiquer au mélange en question pour que sa température s'élève à $T°_2$, le volume v restant invariable.

Dans le cas actuel $dv = 0$ et par suite l'équation (§ 68)

$$dQ = \left[K + \frac{T}{E}\frac{d^2p}{dt^2}(v - \sigma)\right] dt + \frac{r}{u}\, dv$$

donne

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} \left[K\, dt + \frac{T}{E}\frac{d^2p}{dt^2}(v - \sigma)\right] dt$$

Or v est par hypothèse une constante; σ conserve à très peu près la même valeur à toutes les températures; on a donc

$$Q = K (T_2 - T_1) + \frac{v - \sigma}{E} \int_{T_1}^{T_2} T \frac{d^2p}{dt^2} dt$$

$$Q = K (T_2 - T_1) + \frac{v - \sigma}{E} \left(T_2 \frac{dp_2}{dt} - T_1 \frac{dp_1}{dt} - p_2 + p_1 \right)$$

Cette relation résout le problème proposé puisque $\frac{dp}{dt}$ est une fonction expérimentalement connue de la température. On peut la mettre sous une autre forme qu'il est utile de connaître : remplaçons en effet $\frac{T}{E} \frac{dp}{dt}$ par sa valeur $\frac{r}{u}$ tirée de la relation (§ 66)

$$s - \sigma = u = \frac{E r}{T \frac{dp}{dt}}$$

il vient

$$Q = K (T_2 - T_1) + (v - \sigma) \left(\frac{r_2}{u_2} - \frac{r_1}{u_1} - \frac{p_2 - p_1}{E} \right)$$

expression qu'il est d'ailleurs facile d'obtenir directement.

Si on désire savoir quelles sont, aux deux états considérés T_1 et T_2, les proportions m_1 et m_2 de vapeur contenues dans le mélange, il suffit de remarquer que (§ 69)

$$v = m_1 u_1 + \sigma$$

d'où

$$m_1 = \frac{v - \sigma}{u_1}$$

et de même

$$m_2 = \frac{v - \sigma}{u_2}$$

En terminant nous ferons remarquer que si le poids du mélange considéré est, non pas de 1 kg. comme nous l'avons supposé, mais de a kg. par exemple contenus dans un vase de volume V, tout se passe comme si l'on avait a vases identiques accolés les uns et les autres, de sorte qu'il suffit alors de remplacer v par $\frac{V}{a}$ dans les relations précédentes, Q se rapportant toujours à 1 kilogramme de vapeur.

§ 89. — Données expérimentales relatives à la vapeur d'eau. Tension de la vapeur d'eau saturée.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à faire connaître les données expérimentales relatives à la vapeur d'eau, afin que, dans les relations précédentes, nous puissions remplacer les lettres par leurs valeurs numériques. Occupons-nous d'abord des tensions de cette vapeur à l'état de saturation.

Les valeurs de ces tensions ont été mesurées expérimentalement par Regnault ; elles sont susceptibles d'être représentées assez exactement par diverses formules empiriques ; mais il est plus simple d'avoir recours aux tableaux numériques qui sont donnés dans une foule de Traités et d'Aide-mémoire ; nous n'insisterons donc pas plus longuement sur ce sujet.

§ 90. — Chaleur de vaporisation de l'eau, r.

Le nombre de calories r nécessaire pour faire passer 1 kilog. d'eau à t° à l'état de vapeur à t° est donné empiriquement par la relation suivante approchée (1)

$$r = 607 - 0{,}708\,t$$

Comme nous l'avons dit (§ 70), r se compose de deux parties employées l'une à accroître l'énergie ou chaleur interne U, l'autre à produire le travail extérieur $p\,u$ de la vapeur agissant à pleine pression pendant la période d'introduction. A titre de renseignement intéressant, proposons-nous de voir quelle est la valeur de chacun de ces deux termes pour $t = 100^\circ$ par exemple : on a alors

$$r = 536^{\text{cal.}},2$$

$$\frac{p\,u}{E} = \frac{10334\,(1{,}651 - 0{,}001)}{425} = 40^{\text{cal.}},1$$

(1) Voir Clausius. *Théorie mécanique de la chaleur*, pages 171 et 352. Une relation plus exacte est

$$r = 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}2\left(\frac{t}{100}\right)^2 - 0{,}3\left(\frac{t}{100}\right)^3$$

et par conséquent

$$\int dU = 536{,}2 - 40{,}1 = 496^{\text{cal.}}{,}1$$

Ainsi donc, sur 536 calories nécessaires pour la vaporisation à la température de 100° de 1 kilog. d'eau, environ 40 calories sont transformées en travail pendant la période de pleine introduction ; le reste, c'est-à-dire 496 calories, est employé à augmenter la chaleur interne du fluide. Si la machine fonctionne sans détente, ces 496 calories s'en vont purement et simplement au condenseur ; dans le cas contraire, une partie plus ou moins grande d'entre elles est à son tour transformée en travail mécanique par suite de la diminution qu'éprouve la fonction U pendant la détente.

§ 91. — Chaleur d'échauffement et de vaporisation de l'eau à pression constante.

Si on prend 1 kilog. d'eau à t_1° et si, après l'avoir chauffé à t°, on le vaporise entièrement à cette température comme il a été expliqué au paragraphe 71, le nombre de calories nécessaire à l'opération est, en désignant par K la chaleur spécifique de l'eau (§ 63),

$$\int_{t_1}^{t} K\, dt + r = q + r$$

Regnault a trouvé, à la suite de nombreuses expériences, que si l'on prend pour point de départ $t_1 = 0°$, la fonction ci-dessus peut être représentée par

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\, t$$

Si l'eau, au lieu d'être prise à 0°, est à t_1° au moment initial considéré, la quantité de chaleur Q est alors, en prenant, comme Clausius (§ 63), la chaleur spécifique de l'eau égale à 1,013,

$$Q = 606{,}5 + 0{,}305\, t - 1{,}013\, t_1 \text{ (1)}$$

(1) Une valeur plus exacte est

$$Q = 606{,}5 + 0{,}305\, t - t - 0{,}2\left(\frac{t}{100}\right)^2 - 0{,}3\left(\frac{t}{100}\right)^3$$

Très souvent on adopte

$$Q = 606{,}5 + 0{,}305\ t - t_1$$

ce qui correspond à $K = 1$.

Comme cela résulte de tout ce qui précède, λ est la somme de trois quantités de chaleur dont l'une $q = \int K\,dt$ est relative à l'échauffement du liquide de 0° à $t°$; les deux autres sont les deux parties dont se compose r et dont nous venons de parler à l'instant (§ 90).

Cette fonction λ était autrefois appelée la « *chaleur totale* » de la vapeur, alors qu'on croyait que le nombre de calories nécessaire pour opérer le passage d'un état à un autre était indépendant des phases de la transformation ; cette dénomination doit être abandonnée maintenant pour les raisons que nous avons fait connaître (§§ 38 et 71).

§ 92. — Volume s de 1 kilog. de vapeur d'eau saturée à t°.

Il a été fait en 1860 par Fairbairn et Tate des essais ayant pour but de déterminer, à différentes températures, la densité de la vapeur d'eau, c'est-à-dire la quantité $\frac{1}{s}$ (poids en kilogrammes de 1 mètre cube de vapeur saturée). Des recherches du même genre ont été opérées depuis cette époque à diverses reprises et en particulier par M. Perot (1) ; elles sont d'ailleurs très délicates et n'ont pas toutes donné des résultats parfaitement concordants, mais leur ensemble s'accorde assez bien avec la formule théorique (§ 66)

$$s = \sigma + \frac{Er}{T\frac{dp}{dt}}$$

qui peut en conséquence servir à déterminer les valeurs numériques de s relatives aux diverses températures. Un certain nombre de formules empiriques ont été également proposées pour permettre un calcul plus rapide ; Zeuner, en particulier, a trouvé qu'on a sensiblement (2)

$$s = \frac{9728}{p^{0{,}9393}}$$

(1) Thèse de doctorat de M. Perot (Gauthier-Villars, 1887).
(2) Voir la *Théorie mécanique de la chaleur* de Zeuner, page 286.

la pression absolue p étant, comme dans tout ce qui précède, évaluée en kilog. par mètre carré et s en mètres cubes.

Dans la pratique ce qu'il y a de mieux à faire, c'est d'avoir recours aux tableaux numériques qui se trouvent dans un grand nombre de traités de thermodynamique; dans ceux-ci on trouve souvent non pas s, mais son inverse $\gamma = \frac{1}{s}$, c'est-à-dire le poids en kilog. de 1 mètre cube de vapeur d'eau, autrement dit sa densité :

$$\gamma = \frac{1}{s} = \frac{p^{0,9393}}{9728}$$

$$\gamma = 0,0001028\ p^{0,9393}$$

On peut aussi calculer γ par la formule

$$\gamma = \frac{1}{u+\sigma} = \frac{1}{u+0,001}$$

u étant lui-même obtenu par la relation empirique (§ 93)

$$u = 425\ \frac{31,10 + 1,096\ t - q}{p}$$

§ 93. — Valeur de la quantité $\frac{1}{E} p u$ relative à 1 kilog. de vapeur d'eau saturée.

Dans bien des circonstances on a intérêt à connaître le produit $\frac{1}{E}\ p u$; au lieu de le déduire des valeurs de p et de u, il est beaucoup plus court de se servir de la formule empirique suivante due à Zeuner

$$\frac{1}{E}\ p u = 31,10 + 1,096 t - q$$

q étant la quantité $\int K\ dt$ donnée au paragraphe 63.

A titre approximatif on peut se contenter de prendre, en adoptant avec Clausius K = 1,013 (§ 63) [1]

$$\frac{1}{E}\ p u = 31,10 + 0,083 t$$

(1) Une relation plus exacte est (§ 63)

$$\frac{1}{E}\ p u = 31,10 + 0,096 t - 0,2 \left(\frac{t}{100}\right)^2 - 0,3 \left(\frac{t}{100}\right)^3$$

§ 94. — Valeur de la quantité $\rho = r - \frac{1}{E} pu$ relative 1 kilog. de vapeur d'eau saturée.

La remarque du paragraphe précédent est applicable à la quantité

$$\rho = r - \frac{1}{E} pu$$

En prenant (§§ 90 et 93)

$$r = 607 - 0,708\, t$$

$$\frac{1}{E} pu = 31,10 + 0,083\, t$$

on a (1)

$$\rho = r - \frac{1}{E} pu = 575,9 - 0,791\, t$$

95.— Energie ou chaleur interne de 1 kilog. de vapeur d'eau humide (mélange d'eau et de vapeur).

Cette fonction de la température et du degré de siccité m de la vapeur est donnée par l'expression du paragraphe 72, dans laquelle on remplacera ρ par la valeur obtenue à l'instant (§ 94). On a donc

$$U = Kt + m\rho = q + m\rho$$

ce qui donne (en prenant $K = 1,013$)

$$U = 1,013\, t + m\,(575,9 - 0,791\, t)\ (2)$$

Dans le cas accidentel où, dans le cours d'une transformation, la vapeur se trouve momentanément sèche, on n'a qu'à faire $m = 1$ dans la relation précédente.

(1) La formule adoptée par Zeuner est

$$\rho = r - \frac{1}{E} pu = 575,4 - 0,791\, t$$

(2) Une valeur plus exacte est

$$U = t + 0,2\left(\frac{t}{100}\right)^2 + 0,3\left(\frac{t}{100}\right)^3 + m\,(575,9 - 0,791\, t)$$

§ 96. — Entropie de 1 kilog. de vapeur d'eau humide.

Cette fonction de t et de m est donnée par la relation du paragraphe 73, de sorte que

$$S = \text{constante} + \int \frac{dQ}{T} + \frac{m\,r}{273 + t}$$

$$S = \text{constante} + 1{,}013 \text{ logn } (273 + t) + \frac{m\,r}{273 + t}$$

relation dans laquelle on fera $m = 1$ si la vapeur est sèche à l'instant considéré.

§ 97. — Détente adiabatique de 1 kilog. de vapeur d'eau humide.

Si les cylindres des machines à vapeur étaient imperméables à la chaleur, les formules relatives à la détente adiabatique de la vapeur d'eau présenteraient un intérêt pratique considérable ; mais il est bien prouvé maintenant que des échanges importants de calorique se produisent entre la vapeur et les parois métalliques en contact avec elle ; il arrive même, chose bizarre, que l'hyperbole équilatère de Mariotte, qui n'a absolument aucun rapport théorique avec le phénomène en question, le représente mieux en réalité que la courbe de détente adiabatique. Ce fait est dû à ce que, pendant la détente, une certaine quantité de la vapeur d'eau précédemment déposée sur les parois des cylindres entre en ébullition, se vaporise et augmente ainsi les ordonnées de la courbe d'expansion ; cette dernière doit donc être située un peu au-dessus de la ligne adiabatique, or c'est là précisément le cas de l'hyperbole équilatère. Très souvent même la courbe tracée par le crayon de l'indicateur de Watt dépasse cette dernière.

En raison des considérations qui précèdent, nous serons très bref relativement aux lois de la détente adiabatique : en principe les relations obtenues dans les paragraphes 81 à 86 fournissent la solution des divers problèmes qu'on peut se poser à cet égard ; mais, comme elles donnent lieu à des calculs assez longs, il est préférable d'avoir recours aux formules empiriques suivantes.

1° Si la proportion d'eau contenue dans la vapeur n'est pas supérieure à 30 0/0 (et c'est toujours ce qui se passe dans la pratique), la loi de la détente adiabatique peut être représentée par la formule [1]

$$p\, v^{\mu} = \text{constante}$$

dans laquelle
p = pression de la vapeur,
v = volume total du mélange d'eau et de vapeur,
$\mu = a + b\, m$, a et b étant des constantes et m désignant la proportion de vapeur sèche contenue dans le mélange considéré.

Comme nous l'avons vu, la proportion m de vapeur change d'un moment à l'autre de l'évolution et par suite l'exposant μ devrait être constamment variable ; mais Zeuner a montré que, dans les limites des détentes usitées dans la pratique, on peut considérer μ comme sensiblement constant et prendre

$$\mu = 1{,}035 + 0{,}1\, m_1$$

m_1 étant la proportion initiale de vapeur renfermée dans le mélange.

Quant à la constante de la relation

$$p\, v^{\mu} = \text{constante}$$

elle se déterminera, bien entendu, au moyen des valeurs données p_1, v_1, m_1 qui correspondent à l'état initial connu.

2° Le travail produit par la détente adiabatique de 1 kg. de vapeur d'eau passant de la pression p_1 et de volume v_1 à l'état final p_2, v_2 est donné par la formule (fig. 53)

$$\mathfrak{T} = \int_{v_1}^{v_2} p\, dv$$

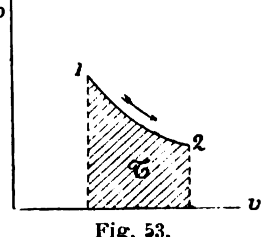


Fig. 53.

ce qui donne

$$\mathfrak{T} = \frac{p_1\, v_1}{\mu - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\mu - 1} \right]$$

ou bien encore

$$\mathfrak{T} = \frac{p_1\, v_1}{\mu - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\mu - 1}{\mu}} \right]$$

(1) Voir la *Théorie mécanique de la chaleur* de Zeuner, pages 332, 335.

$\mathfrak{T}$ exprimant des kilogrammètres, puisque p_1 est exprimé en kilogrammes par mètre carré et v_1 en mètres cubes.

3° Si on juge intéressant de connaître, à un moment quelconque, la proportion m de vapeur sèche contenue dans le mélange, on pourra, suivant une remarque ingénieuse de M. Pochet (1), avoir recours à la relation empirique

$$m = 0,50 + (m_1 - 0,50)\frac{147 + t}{147 + t_1}$$

§ 98. — Nombre de kilogrammes de vapeur d'eau sèche dépensés par heure et par cheval, dans le cas du cycle de Carnot.

Il est intéressant de calculer ce nombre de kilogrammes en partant de différentes pressions initiales et en supposant, pour fixer les idées, que la vapeur fournie à la machine soit parfaitement sèche, c'est-à-dire qu'avec $m_1 = 0$ on ait $m'_1 = 1$; le nombre cherché N est alors donné par la relation (§ 87)

$$N = \frac{635,3\,(273 + t_1)}{r_1\,(t_1 - t_2)}$$

Dans le cas où la machine est à condensation, on peut prendre $t_2 = 40°$ et par suite

$$N = \frac{635,3\,(273 + t_1)}{r_1\,(t_1 - 40)}$$

Le tableau suivant donne les résultats obtenus avec cette formule en supposant diverses valeurs à la température t_1 de la vapeur sèche ; nous y avons ajouté l'indication du rapport $\frac{t_1 - 40}{273 + t_1}$ qui fait connaître la fraction de chaleur convertie en travail mécanique.

(1) Voir la *Nouvelle Mécanique Industrielle* de Pochet, pages 48 et 369.

Températures centigrades t_1	Pressions absolues correspondantes p_1	Pressions absolues en atmosphères	Valeurs de N.	Valeurs de $\frac{t_1 - 40}{273 + t_1}$
degrés	kg.	atm.	kg.	
100	10334	1,0	7,36	0,161
111,7	15501	1,5	6,45	0,186
120,6	20668	2,0	5,94	0,205
133,9	31002	3,0	5,37	0,231
144	41336	4,0	5,04	0,249
152,2	51670	5,0	4,82	0,264
159,2	62004	6,0	4,66	0,276
165,3	72338	7,0	4,54	0,286
170,8	82672	8,0	4,44	0,295
175,8	93006	9,0	4,35	0,303
180,3	103340	10,0	4,28	0,309
184,5	113674	11,0	4,23	0,316
188,4	124008	12,0	4,18	0,322
192,1	134342	13,0	4,13	0,327
195,5	144676	14,0	4,09	0,331
198,8	155010	15,0	4,06	0,336
201,9	165344	16,0	4,03	0,341
204,9	175678	17,0	4,00	0,345
207,7	186012	18,0	3,97	0,349
210,4	196346	19,0	3,95	0,352
213	206680	20,0	3,92	0,356

§ 99. — Chaleur spécifique de la vapeur d'eau saturée. Condensation, pendant la détente adiabatique, de la vapeur d'eau saturée sèche.

La fonction à laquelle on a donné le nom de chaleur spécifique de la vapeur d'eau saturée est (§ 80)

$$h = \mathrm{K} + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{\mathrm{T}}$$

ce qui devient pour la vapeur d'eau, en prenant

$$\mathrm{K} = 1{,}013 \qquad r = 607 - 0{,}708\,t \text{ (§§ 63 et 90)},$$

$$h = 1{,}013 - \frac{800{,}3}{273 + t}$$

En donnant successivement à t diverses valeurs, on a

$t =$	0°	50°	100°	150°	200°
$h =$	$-1{,}918$	$-1{,}465$	$-1{,}133$	$-0{,}879$	$-0{,}679$

En d'autres termes (fig. 54), pour opérer la transformation BB' dont il a été question au paragraphe 80, il faut soustraire du calorique à la vapeur; ce résultat, qui a été annoncé simultanément par Clausius et par Rankine, n'a à priori rien d'invraisemblable : dans la transformation BB' on comprime en effet la vapeur (§ 80) et le travail ainsi dépensé donne lieu à la création d'une certaine quantité de chaleur qui, dans le fait, se trouve être plus que suffisante pour élever de $dt°$ la température du kilogramme de vapeur ; cette dernière se trouverait donc surchauffée si on ne lui

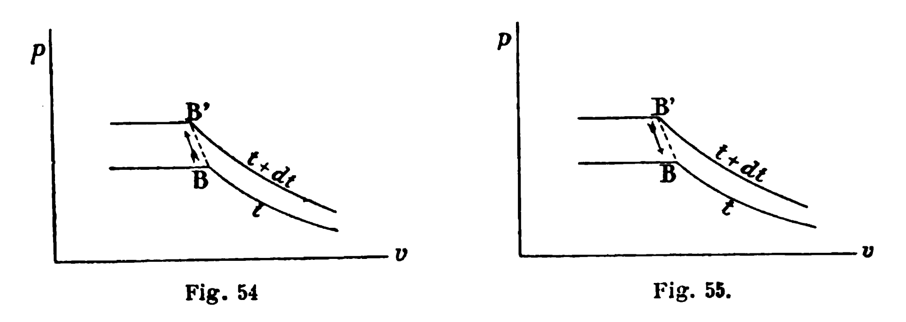


Fig. 54 Fig. 55.

enlevait pas un certain nombre de calories que la théorie vient précisément de nous faire connaître.

Il résulte de cette propriété remarquable que si, inversement, on veut accomplir la transformation B'B (fig. 55), c'est-à-dire détendre de la vapeur d'eau saturée et sèche dans des conditions telles qu'elle reste saturée et sèche, il faut lui *fournir du calorique* (au lieu de lui en enlever). Si on ne le fait pas, la vapeur en prend forcément à elle-même et par suite elle se condense ; tel est par conséquent le phénomène qui se produira dans le cas d'une détente adiabatique. Une compression dans un récipient imperméable à la chaleur donnera au contraire évidemment de la surchauffe.

La propriété que nous venons de constater pour la vapeur d'eau ($h < 0$) n'est pas générale ; pour l'éther c'est précisément l'inverse qui a lieu : h est positif. Une détente adiabatique produit une surchauffe et inversement.

Si on cherche quelle est la valeur de t qui annule h dans la relation

$$h = 1{,}018 - \frac{800{,}8}{273 + t}$$

on trouve

$$t = 517°$$

Au delà de ce point h serait donc positif et il y aurait renversement des phénomènes que nous venons de signaler ; mais il importe de remarquer que l'expression

$$r = 607 - 0{,}708\ t$$

qui représente les résultats des expériences de Regnault ne doit être tenue pour bonne que dans les limites mêmes de ces dernières, c'est-à-dire jusque vers 200°, et il en est de même par conséquent pour h. Pour l'éther c'est vers — 113° qu'on aurait $h = 0$ et par suite il se présente la même difficulté que pour l'eau. Il n'en est heureusement pas ainsi pour le chloroforme et la benzine ; pour ces substances la valeur de h déduite des propriétés expérimentales de leurs vapeurs s'annule pour 123° et 100°, c'est-à-dire à des températures facilement réalisables et comprises dans les limites des observations des physiciens. Le phénomène d'inversion doit donc pouvoir se constater par l'expérience et c'est effectivement ce qui a lieu. Il a été également fait des vérifications expérimentales au sujet de la condensation de la vapeur d'eau et de celle de la vapeur d'éther quand on produit, suivant le cas, soit une détente soit une compression adiabatique. Les expériences de Hirn puis celles de Cazin sont venues, à cet égard, apporter une éclatante vérification des résultats prévus par les formules théoriques de la thermodynamique (1).

§ 100. — Condensation, pendant la détente adiabatique, de la vapeur d'eau humide.

Nous avons vu (§ 81) que la détente adiabatique d'une vapeur humide donne lieu à une condensation quand la proportion de vapeur m contenue dans le mélange dépasse la valeur

$$m > \frac{K\,T}{r - T\,\frac{dr}{dt}}$$

expression qui pour la vapeur d'eau devient, en prenant les mêmes expressions que tout à l'heure pour K et r,

$$m > 0{,}845 + 0{,}00127\ t$$

(1) Voir les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1er semestre 1868, page 1152.

ce qui donne

pour $t = 100°$ $m > 0,472$
pour $t = 200°$ $m > 0,599$

Or, dans la pratique, la proportion de la vapeur sèche fournie par les chaudières est toujours supérieure à ces nombres ; si donc les parois des cylindres à vapeur étaient imperméables à la chaleur (hypothèse d'ailleurs contraire à la réalité), la détente donnerait lieu à une condensation partielle.

Le renversement du phénomène à partir d'une valeur suffisamment faible de m, c'est-à-dire d'une proportion suffisamment grande d'eau mélangée à la vapeur sèche, est facile à comprendre : la détente de la portion constituée par la vapeur sèche donne en effet lieu à une condensation (§ 99) ; mais, comme la température diminue en même temps, une fraction de l'eau contenue dans le mélange se vaporise et contrebalance en partie les phénomènes précédents ; il n'y a donc rien d'étonnant à ce que, à partir d'un certain point, ce phénomène inverse arrive d'abord à neutraliser exactement le premier, puis à devenir prédominant comme la théorie vient en effet de nous le montrer.

§ 101.— Données expérimentales relatives à la vapeur d'eau surchauffée.

Comme nous l'avons déjà dit (§ 74), la surchauffe, même très forte, disparaît presque toujours dans les cylindres de nos machines à vapeur avant la fin de la période d'introduction et la détente se produit par suite uniquement avec de la vapeur d'eau humide ; la seule chose qui nous intéresse réellement dans la pratique est donc de savoir combien de calories 1 kg. de vapeur saturée sèche reçoit de la chaudière en se surchauffant de t à t' degrés à pression constante. A cet égard on peut admettre, d'après les expériences de Regnault, que vers 160° la chaleur spécifique à pression constante de la vapeur d'eau est de 0,4805, de sorte que le nombre de calories en question est

$$0,4805\,(t' - t)$$

Nous ajouterons, à titre d'indications supplémentaires, les renseignements suivants.

En donnant à la vapeur d'eau une surchauffe de plus en plus grande, sa façon de se comporter se rapprocherait de plus en plus de celle des gaz et l'équation caractéristique deviendrait (§ 74)

$$pv = R'\ T$$

R' étant égal à environ 50; mais, dans la pratique, la surchauffe réalisée n'est jamais suffisamment forte pour que cet état limite soit sur le point d'être atteint et il convient de prendre pour équation caractéristique, comme l'a proposé Zeuner,

$$pv = 50{,}933\ T - 192{,}5\ p^{0{,}25}$$

La détente dans un récipient imperméable à la chaleur peut être représentée par la relation

$$pv^{\frac{4}{3}} = \text{constante}$$

ce qui conduit, pour le travail dû à la détente adiabatique, à l'expression

$$3 p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

§ 102. — Tableaux numériques résumant les principaux résultats relatifs à la vapeur d'eau.

Les tableaux placés à la fin de ce volume donnent les principaux résultats numériques relatifs à la vapeur d'eau; ils sont extraits de tables beaucoup plus complètes qui ont été calculées par M. de Montchoisy, Ingénieur de la marine, pour l'étude thermique des moteurs à vapeur et qui ont été insérées dans la 5ᵉ livraison de l'année 1883 du *Mémorial du Génie maritime*; la colonne qui renferme les valeurs de $\int_o^t \frac{dq}{T}$ (ou approxima-

tivement K *logn* $\frac{273+t}{273} = 2{,}3026 \times K \times \log \frac{273+t}{273}$) est destinée à permettre un calcul plus rapide de l'entropie de l'eau et de sa vapeur. Le nombre adopté par M. de Montchoisy pour l'équivalent mécanique de la chaleur est de **424** ; il a été conservé sans modification dans les tableaux ci-annexés.

CINQUIÈME PARTIE

TRANSFORMATIONS IRRÉVERSIBLES.
ÉTUDE DE DIVERS PHÉNOMÈNES RELATIFS AUX MACHINES A VAPEUR.

---

§ 103. — **Considérations générales relatives aux phénomènes non réversibles.**

Dans les études qui précèdent, nous avons supposé que le corps évoluant n'est jamais en contact qu'avec des corps dont la température et la pression diffèrent infiniment peu de la sienne, et nous avons dit que les phénomènes produits sont alors *réversibles* (§ 5); cela veut dire qu'en changeant infiniment peu la température et la pression extérieures, l'évolution s'accomplit en sens inverse en repassant identiquement par les mêmes phases. En d'autres termes encore, la pression que le corps a surmontée en se dilatant peut, à un infiniment petit près, servir à le comprimer; la même considération s'applique à la température.

Lorsque la substance évoluante est mise en contact avec des corps qui ne remplissent pas les conditions ci-dessus, la température et la pression ne sont plus exactement les mêmes dans toute sa masse et varient même parfois, d'un point à un autre, dans des proportions considérables, parce qu'il se produit des mouvements tumultueux et irréguliers plus ou moins violents; on peut encore continuer à parler du volume total occupé par la substance en question et du travail qu'elle

produit en surmontant les obstacles extérieurs; mais les mots de température et de pression appliqués à un semblable corps n'ont plus, à vrai dire, de sens précis (1). Qu'est-ce par exemple que la pression d'une masse gazeuse ou d'une vapeur se précipitant tumultueusement dans le vide? Que doit-on entendre par l'appellation de température employée pour un ensemble aussi hétérogène? Il y a là évidemment un point délicat qui nécessite des développements spéciaux.

Pour donner une idée des erreurs qu'on serait exposé à commettre en appliquant purement et simplement aux opérations non réversibles ce qui a été dit précédemment, examinons par exemple le cas très simple relatif à l'expérience de Joule (deux récipients contenant un gaz à des pressions différentes et mis subitement en communication l'un avec l'autre, § 48) : si nous supposons les deux récipients imperméables à la chaleur, on a à tout instant $dQ' = 0$ (2), et par suite on pourrait être tenté de croire que l'accroissement de l'entropie $\int \frac{dQ}{T}$ est alors nulle; or il n'en est rien. Nous avons vu en effet que la fonction réellement existante de p et v qu'on appelle entropie est représentée, s'il s'agit d'un gaz, par l'expression (§ 50)

$$S = S_0 + c \operatorname{logn} \frac{T}{T_0} + \frac{R}{E} \operatorname{logn} \frac{v}{v_0}$$

Dans le cas actuel, l'expérience prouve que $T = T_0$ et par suite l'entropie, au lieu de rester constante, s'est accrue de

$$\frac{R}{E} \operatorname{logn} \frac{v}{v_0}$$

v et T se rapportant à l'état final, et v_0, T_0 à l'état initial.

La particularité que nous venons de signaler ne doit nous étonner en aucune façon : suivant qu'une opération est ou non réversible, les expressions de dQ et de dQ' ne sont en effet pas du tout les mêmes, et on sera exposé à se tromper du tout au tout si on les confond l'une avec

(1) Voir la *Thermodynamique* de Bertrand, page 265.

(2) Pour plus de clarté, nous désignerons, dans le cours de cette étude sommaire, par Q', dQ' les quantités de chaleur (positive ou négative) reçues par le corps dans une opération *irréversible*, Q et dQ continuant au contraire à représenter les quantités analogues si la transformation considérée est *réversible*.

l'autre. Un fait aussi frappant est celui de la détente adiabatique d'une vapeur qui produit ou non du travail extérieur : dans le premier cas, qui est celui que nous avons étudié en détail (§ 99), il y a *condensation* (en supposant qu'il s'agisse de vapeur d'eau), tandis que dans le second, lorsqu'il est réalisé par exemple par la fermeture partielle de la valve d'arrivée de vapeur (§ 141), il y a vaporisation d'une partie de l'eau entraînée. Les exemples de ce genre pourraient d'ailleurs être multipliés à l'infini.

Comme nous avons eu soin de le dire (§ 5), la réversibilité n'est jamais réalisée d'une manière complète dans les machines thermiques, et elle ne peut l'être, puisqu'elle suppose des variations de température infiniment lentes dans le corps alternativement échauffé et refroidi, et une vitesse infiniment petite dans les mécanismes en mouvement; il importe donc essentiellement de savoir jusqu'à quel point sont applicables aux appareils industriels les considérations qui ont été développées précédemment, et quel parti le praticien peut en tirer. C'est de cette étude que nous allons nous occuper maintenant.

§ 104. — **Données nécessaires pour l'étude d'une transformation irréversible. Tracé de deux courbes fictives figuratives.**

Considérons un corps qui éprouve une transformation irréversible que nous supposerons d'abord être une augmentation de volume et admettons, comme pour le passé, qu'il ne se produise aucun phénomène chimique, magnétique ou électrique (§ 4). Comme nous l'avons dit tout à l'heure, il est bien clair que, par suite du genre même de la transformation qu'elle subit, la substance considérée (que nous supposerons pour plus de simplicité être un gaz ou une vapeur humide) éprouve en divers sens des mouvements irréguliers et tumultueux, de sorte qu'il n'y a plus lieu de parler de sa température et de sa pression ; mais, à un moment quelconque, le travail extérieur $d\mathfrak{T}$ (1) qu'elle produit pendant un temps infiniment court est une quantité parfaitement définie, ainsi que l'ac-

(1) Le terme $\mathfrak{T}$ comprend, comme nous l'avons dit (§ 4), le travail extérieur proprement dit produit par le corps et le demi-accroissement de la force vive des mécanismes en mouvement.

croissement correspondant dv de son volume, et il en est par conséquent de même du rapport $\frac{d\mathfrak{T}}{dv} = \varpi_1$; ϖ_1 peut être considéré comme une pression extérieure uniforme, telle que le produit $\varpi_1\, dv$ mesure le travail externe accompli $d\mathfrak{T}$, et la courbe $\varpi_1 = f(v)$ donne, entre deux points quelconques a et b, la valeur totale du travail en question (fig. 56).

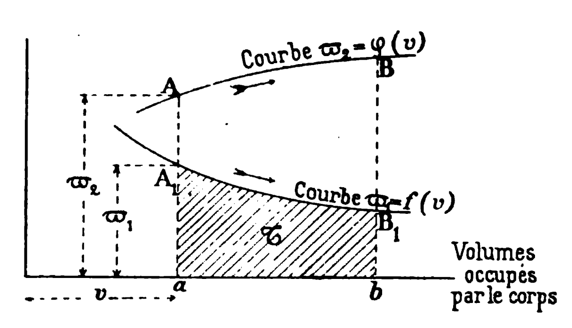


Fig. 56.

Ce premier point une fois établi, imaginons maintenant qu'à n'importe quel moment, en a par exemple, on empêche par un moyen quelconque le corps d'augmenter de volume, et qu'on supprime en même temps toute communication avec les sources froide ou chaude; les mouvements tumultueux dont nous venons de parler vont s'arrêter peu à peu et, quand l'équilibre se sera établi, le corps aura pris une certaine température et une certaine pression qui seront les mêmes dans toute la masse. Appelons ϖ_2 cette pression *fictive*, mais parfaitement déterminée qui résulterait ainsi de l'arrêt purement idéal que nous venons d'imaginer dans l'évolution du corps; il est bien clair que, en vertu même du genre de la transformation considérée, ϖ_2 est plus grand que ϖ_1 de sorte que la courbe $\varpi_2 = \varphi(v)$ est située tout entière au-dessus de la précédente.

Si, au lieu d'une augmentation de volume, il s'agit d'une diminution, on voit que des considérations semblables aux précédentes sont encore applicables; seulement la position relative des courbes ϖ_1 et ϖ_2 est renversée puisque le mouvement s'accomplit ici en vertu d'une pression extérieure non pas inférieure, mais supérieure à celle qui serait nécessaire dans une transformation réversible.

Si les deux courbes ϖ_1 et ϖ_2 étaient connues, toutes les circonstances du phénomène considéré le seraient évidemment aussi, et il serait possible de se livrer à l'étude complète et numérique des diverses phases d'une transformation irréversible; malheureusement, il est loin d'en

être toujours ainsi. Dans plus d'une circonstance, la courbe $\varpi_1 = f(v)$ peut, il est vrai, être tracée sans difficulté : si le récipient qui contient le fluide vient par exemple à être anéanti subitement, la pression ϖ_1 devient égale à la pression extérieure, la pression atmosphérique par exemple; mais la détermination de la fonction $\varpi_2 = \varphi(v)$ est souvent à peu près impossible, à moins de circonstances ou surtout d'hypothèses particulières relatives à la nature intime du phénomène éminemment complexe qu'il s'agit d'étudier. Quand il en est ainsi, la difficulté se trouve évidemment non pas résolue, mais simplement déplacée. Malgré cette observation, il convient de reconnaître que la considération des courbes ϖ_1 et ϖ_2 peut être utile et qu'elle est susceptible de donner une idée plus nette des transformations irréversibles; elle est due à Zeuner et a donné lieu de sa part à des développements assez étendus (1).

Il est bien clair, d'après tout ce qui vient d'être dit, que dans le cas de phénomènes réversibles les courbes ϖ_1 et ϖ_2 n'en font qu'une pour s'écarter ensuite l'une de l'autre à mesure que la non-réversibilité se produit. Comme nous venons de le dire, pour une *augmentation* irréversible de volume, ϖ_2 est au-dessus de ϖ_1 comme l'indique la figure de démonstration du commencement de ce paragraphe, tandis que l'inverse a lieu pour une *diminution* (fig. 57). Il convient en outre de

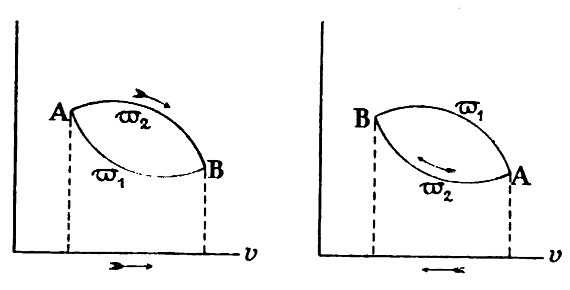


Fig. 57

noter que, dans le premier cas, le travail extérieur $\int \varpi_1 \, dv$ est *maximum* lorsqu'on arrive à la réversibilité, tandis que dans le second il est au contraire *minimum* dans les mêmes circonstances.

(1) Voir la *Théorie mécanique de la chaleur* de Zeuner, pages 84, 143 et 355.

§ 105. — Application du principe de l'équivalence aux phénomènes non réversibles.

1° *Le corps est supposé revenir entièrement à son état initial après avoir décrit un cycle fermé.*

Comme nous l'avons déjà dit à plusieurs reprises (§ 4), le principe de l'équivalence a un sens net et précis et est applicable en toutes circonstances, pourvu que le corps reprenne à la fin de la période considérée le même état qu'au commencement de celle-ci ; c'est là un fait expérimental au-dessus de toute contestation. Dans ces conditions, le principe en question se traduit par la relation

$$\Delta Q' = Q'_1 - Q'_2 = \frac{1}{E} \times \text{Travail extérieur produit}$$

Q'_1 et Q'_2 représentent, en bloc, le nombre de calories respectivement reçues et abandonnées par le corps dans le cycle fermé qu'il décrit.

2° *Le corps ne décrit pas un cycle fermé, mais il est en repos dans toutes ses parties au commencement et à la fin de la période considérée.*

Le corps étant en repos dans toutes ses parties à l'état initial et à l'état final A et B (fig. 58), les quantités p_a, v_a, T_a, p_b, v_b, T_b ont un sens parfaitement défini ainsi que les chaleurs internes correspondantes U_a et U_b, et l'équation générale de l'équivalence

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\left[\mathfrak{T} + \frac{1}{E}(\Sigma mv^2 - \Sigma mv_0^2)\right]$$

devient, dans le cas actuel,

$$\Delta Q' = \Delta U + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

ou

$$\Delta Q' = Q'_1 - Q'_2 = U_b - U_a + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

Si l'on suppose tracée la courbe ϖ_1, on a d'ailleurs

$$\mathfrak{T} = \text{aire AB}\,ba$$

et la représentation graphique de la différence $U_b - U_a$ peut se faire exac-

tement de la façon indiquée au paragraphe 14. En d'autres termes, la quantité de chaleur $\Delta Q'$ (positive ou négative) communiquée au corps dans la transformation irréversible considérée est la même que si l'évo-

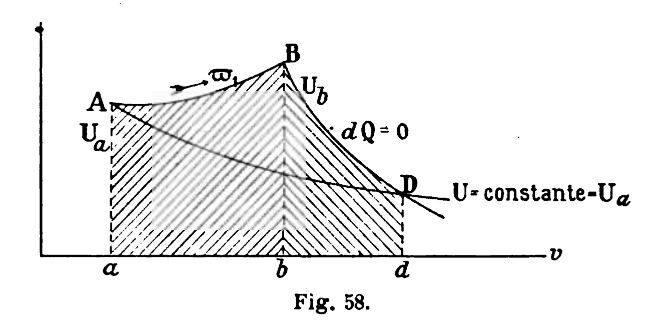


Fig. 58.

lution s'accomplissait d'une façon réversible de A en B suivant la courbe ϖ_1.

3° *L'état initial et l'état final du corps sont pris à deux instants quelconques de sa transformation irréversible.*

Soient *m* et *n* les deux instants considérés. Supposons tracées les deux courbes ϖ_1, ϖ_2 (fig. 59) ; elles passent évidemment par les points de repos A et B dont il vient d'être question ; on remarquera d'ailleurs que les points M_2 et N_2 sont eux aussi, par hypothèse, des points où les molécules du corps ne sont plus animées de leurs mouvements tumultueux. Ceci posé, considérons l'ensemble de l'opération qui se produirait si, comme nous l'avons imaginé tout à l'heure (§ 104), la transformation irréversible

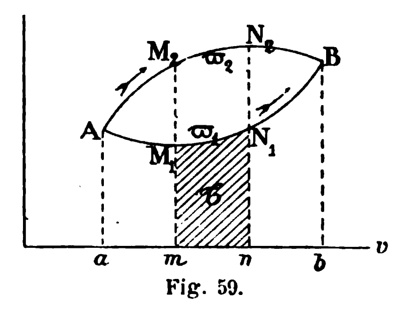


Fig. 59.

était arrêtée en *n* au moyen d'une enveloppe *imperméable à la chaleur*, ce qui donnerait lieu à un état de repos figuré par le point N_2 : l'équation de l'équivalence est évidemment applicable à ce phénomène total, puisqu'il y a repos quand il commence et quand il finit ; on a donc

$$\Delta q' = U_n - U_a + \frac{1}{E}\mathfrak{T}'$$

De même de A en M_2

$$\Delta q'' = U_m - U_a + \frac{1}{E}\mathfrak{T}''$$

U_n, U_m, U_a se rapportant aux états N_2, M_2, A. On en déduit

$$\Delta q' - \Delta q'' = U_n - U_m + \frac{1}{E}(\mathfrak{T}' - \mathfrak{T}'')$$

c'est-à-dire qu'en appelant $\Delta Q'$ la quantité de chaleur communiquée au corps pendant la phase *mn* de la transformation irréversible et $\mathfrak{T}$ le travail extérieur produit dans la même période, on a

$$\Delta Q' = U_n - U_m + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

ou bien encore

$$\Delta Q' = \Delta U + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

équation qui a la même forme que pour les phénomènes réversibles, mais (et c'est là un point capital) ΔU *se rapporte à la courbe* ϖ_2 *et* $\mathfrak{T}$ *est relatif à la courbe* ϖ_1 ; deux courbes figuratives sont donc nécessaires pour étudier dans ce cas général ce que devient la relation d'équivalence. Comme nous l'avons déjà dit, ces deux courbes se confondent l'une avec l'autre si le phénomène est réversible.

Dans le cas où la transformation considérée est infiniment petite, l'équation ci-dessus devient

$$dQ' = dU + \frac{1}{E}d\mathfrak{T}$$

$$dQ' = dU + \frac{1}{E}\varpi_1\, dv$$

dU se rapportant, comme nous venons de le dire à l'instant, à la courbe ϖ_2.

En terminant ce qui concerne ce sujet, nous ferons remarquer que la connaissance de la courbe ϖ_2 n'est nécessaire que dans le dernier cas que nous venons de traiter ; pour les deux autres, les points d'arrivée et de départ et l'aire déterminée par la courbe ϖ_1 fournissent tout ce qui est nécessaire pour écrire l'équation de l'équivalence ; peu importent, à cet égard, d'une part la façon suivant laquelle se sont réparties, pendant le cours de la transformation, les $\Delta Q'$ calories reçues par le corps, et de l'autre les instants divers auxquels le corps a produit les différentes parties du travail extérieur dont la somme totale est $\mathfrak{T}$.

§ 106. — Etude de quelques cas simples. Compression irréversible d'un gaz opérée par l'intermédiaire d'un piston sans masse.

Nous allons maintenant étudier, en nous appuyant sur les considérations précédentes, quelques cas très simples de transformations irréversibles.

Imaginons d'abord (fig. 60) qu'on ait dans un cylindre n kil. d'un gaz

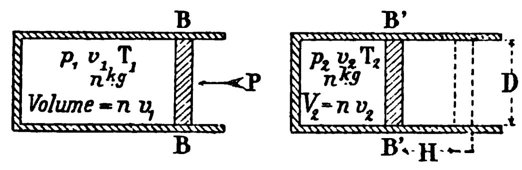


Fig. 60.

à l'état p_1, v_1, T_1, et qu'on applique subitement au piston B une force P (qui agisse ensuite indéfiniment sur ce dernier), et qui soit notablement supérieure à la pression $\frac{1}{4}\pi D^2 p_1$ exercée à l'origine par le gaz ; afin de simplifier le problème, nous supposerons pour le moment (ce qui est tout à fait différent de la réalité) que le piston a une masse nulle afin qu'il en soit de même à tout instant pour sa force vive. La force P étant appliquée aux seules molécules gazeuses, celles-ci vont évidemment non seulement être comprimées mais acquérir, au moins dans les premiers instants, une vitesse extrêmement considérable qui, par le repos, donnera lieu ultérieurement à une production de chaleur suivant la loi habituelle de l'équivalence.

Afin d'étudier toutes les circonstances du phénomène, imaginons qu'à un moment quelconque on cesse brusquement l'effort P quand il a été parcouru un chemin quelconque H ; le gaz revient alors au repos et prend un certain état p_2, v_2, T_2. On demande de trouver la relation qui relie entre elles les diverses quantités ci-dessus, sachant d'ailleurs que le gaz a reçu, pendant le parcours du chemin H, Q' calories (Q' étant positif ou négatif).

Pour résoudre le problème, il suffit évidemment d'écrire l'équation de l'équivalence de l'état 1 à l'état 2, ce qui donne pour les n kilog. de gaz

$$Q' = n\,(U_2 - U_1) + \frac{1}{E}\,\mathfrak{G}$$

Or on a (§ 49)

$$U_2 - U_1 = c\,(T_2 - T_1)$$

Quant au travail, il est négatif puisque c'est un travail *consommé* par le gaz et non pas accompli par lui ; comme d'ailleurs le piston B est supposé avoir une masse nulle, la force vive des mécanismes en mouvement est égale à zéro (ce qui simplifie considérablement le problème) [1] de sorte que

$$\mathfrak{T} = -\,PH$$

En définitive

$$Q = n\,c\,(T_2 - T_1) - \frac{PH}{E}$$

relation qui permet de résoudre diverses questions. Si on connait par exemple P, H, T_1 et Q' on calcule de suite T_2 et, comme le volume v_2 est déterminé par les données mêmes du problème, on obtient p_2 au moyen de l'équation caractéristique du gaz $p\,v = RT$.

Dans le cas particulier où Q' = 0, c'est-à-dire lorsque le cylindre est imperméable à la chaleur ou bien lorsque l'opération dure si peu de temps que Q' peut être regardé comme négligeable, on a

$$n\,c\,(T_2 - T_1) = \frac{PH}{E}$$

Ces équations peuvent se mettre sous une forme plus commode en remarquant que

$$\frac{1}{4}\pi\,D^2\,H = V_1 - V_2 = n\,(v_1 - v_2)$$

ce qui donne

$$Q' = n\,c\,(T_2 - T_1) - \frac{1}{E}\,\frac{P}{\frac{1}{4}\pi\,D^2}\,n\,(v_1 - v_2)$$

(1) $\mathfrak{T}$ doit comprendre en effet, non seulement le travail extérieur mais encore la demi-variation de force vive des mécanismes en mouvement (§§ 4 et 103).

$$\mathfrak{T} = -\,PH + \frac{1}{2}\,(\Sigma\,m\,V^2 - \Sigma\,m\,V_0^2).$$

ou, en posant

$$\frac{P}{\frac{1}{4}\pi D^2} = \varpi_1$$

$$Q' = nc\,(T_2 - T_1) - \frac{1}{E}\varpi_1\, n\,(v_1 - v_2)$$

$$\frac{Q'}{n} = c\,(T_2 - T_1) - \frac{1}{E}\varpi_1\,(v_1 - v_2)$$

quation qui pouvait s'écrire de suite pour 1 kilog. de gaz, puisque $\frac{Q'}{n}$ est la chaleur communiquée à ce kilogramme pendant la transformation.

Sous cette nouvelle forme, la relation obtenue se prête mieux à la résolution de divers problèmes : on peut en particulier se donner p_1, v_1, T_1 et p_2 (au lieu de v_2) ; il suffit alors de remarquer que

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2}$$

ce qui donne, pour calculer T_2,

$$Q' = nc\,(T_2 - T_1) - \frac{1}{E}\varpi_1\, n\left(v_1 - \frac{RT_2}{p_2}\right)$$

Si on se propose de chercher à quel point il faut arrêter l'opération pour que p_2 soit égal à ϖ_1, on obtient de suite, au moyen de l'équation précédente, la valeur correspondante T_2 de la température et par suite v_2 puisque $v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{RT_2}{\varpi_1}$.

Une remarque importante doit être faite au sujet du problème qui nous occupe : considérons, pour plus de simplicité, par exemple, le cas où $Q' = 0$, c'est-à-dire où

$$nc\,(T_2 - T_1) = \frac{PH}{E}$$

$$c\,(T_2 - T_1) = \frac{1}{E}\varpi_1\,(v_1 - v_2)$$

Comme on le voit, T_2 ne dépend que du produit PH ; pour une faible valeur de H, c'est-à-dire pour une petite diminution de volume, on peut

obtenir une température aussi élevée qu'on le désire en prenant la force P aussi grande qu'il sera nécessaire (1).

Ce résultat n'a rien qui doive étonner : le travail intérieur des gaz parfaits étant nul, le travail extérieur consommé PH se transforme tout entier en chaleur (dans l'hypothèse d'un piston de masse nulle), et communique par suite au fluide la même augmentation de température, quelles que soient les valeurs relatives de P et de H dans le produit constant PH.

Remarquons enfin que, si l'effort exercé P est variable d'un moment à l'autre, le problème proposé ne présente pas plus de difficultés, PH et $\varpi_1 (v_1 - v_2)$ doivent seulement être remplacés par les intégrales $\int P\, dH$ et $\int \varpi_1\, dv$ dont les valeurs sont précisément égales aux expressions ci-dessus quand P et ϖ_1 sont constants.

Comme il est facile de le voir et comme cela résulte d'ailleurs d'une remarque faite antérieurement (§ 105), le problème que nous venons de traiter est le même que si la transformation considérée s'accomplissait d'une manière *réversible* de l'état de repos 1 à l'état de repos 2 suivant le trajet figuratif représenté par la courbe ϖ_1 ; cette courbe étant connue par suite de l'hypothèse que nous avons faite sur la nullité de la masse des mécanismes en mouvement, la question n'a présenté aucune difficulté ; mais, comme on va le voir, il en est tout différemment pour le problème suivant.

§ 107. — Compression irréversible d'un gaz opérée par l'intermédiaire d'un piston pesant.

Si, pour se conformer à la réalité, on cesse maintenant de supposer que le piston et l'ensemble des mécanismes compresseurs ont une masse nulle, le terme $\mathfrak{T}$ est alors égal non pas à — PH mais bien à

$$- PH + \frac{1}{2} \Sigma m V^2$$

puisque, suivant une remarque déjà faite (§§ 4 et 103), $\mathfrak{T}$ se compose de deux parties dont l'une $\frac{1}{2} \Sigma\, m\, V^2$ représente le demi-accroissement de la

(1) L'inflammation de l'amadou dans le briquet à air est une conséquence immédiate de ce fait.

force vive des mécanismes en mouvement ; le problème devient en conséquence beaucoup plus complexe. Pour le résoudre on a supposé parfois que, quel que fût le mode employé pour produire la compression *adiabatique*, la loi suivant laquelle p et T varient avec le volume v est toujours la même, de sorte que la pression ϖ_1 que le gaz exerce sur le piston serait toujours donnée par la relation (§ 52)

$$p\ v^{1,41} = \text{constante}$$

et le problème proposé ne serait autre que celui d'un ressort donné, comprimé par une force connue agissant en même temps sur une masse d'une valeur déterminée ; mais l'hypothèse ci-dessus est inexacte. Elle ne serait admissible, à titre approximatif, que si le mouvement du piston compresseur était lent ; mais, dans ces conditions, l'échange de chaleur qui se produit entre le fluide et les parois du cylindre est loin d'être négligeable, de sorte que l'adiabatisme cesse alors de représenter la réalité. Pour traiter complètement la question, il faudrait savoir la façon dont se comporte le gaz pendant la période d'agitation tumultueuse à laquelle il est soumis, et cette connaissance fait ici défaut ; ce qu'on peut seulement affirmer, c'est que la vérité est comprise entre l'hypothèse que nous venons de mentionner et le cas examiné au paragraphe précédent. L'augmentation de température dans le cas d'un piston pesant doit donc être plus considérable que ne l'indique la relation

$$\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_3}\right)^{0,41}$$

relative aux phénomènes réversibles (§ 53) ; il convient cependant d'ajouter que dans la pratique le refroidissement que le gaz éprouve forcément de la part des parois, quelque court que soit le phénomène, contrebalance en partie la différence en question, et il peut même arriver que la compensation soit complète ou à peu près, sans qu'on puisse cependant rien affirmer de positif à ce sujet.

§ 108. — **Cas des pompes à comprimer les gaz.**

Lorsqu'il s'agit des pompes employées à la compression des gaz, la vitesse du piston est assez faible ou du moins elle n'est pas assez considérable pour qu'il y ait lieu de se préoccuper de la vitesse imprimée, à un moment donné, aux particules gazeuses (§ 111) ; un indicateur de

Watt placé en divers points du cylindre à air proprement dit donne partout la même pression et cette dernière est, on peut l'admettre, à très peu près celle qu'aurait le fluide si on arrêtait l'opération à un moment donné et si on laissait celui-ci atteindre l'état de repos comme nous l'avons supposé au paragraphe 105. En d'autres termes les courbes ϖ_1 et ϖ_2 se confondent alors sensiblement l'une avec l'autre et les lois suivant lesquelles varient la pression et la température de l'air en fonction du volume peuvent, dans chaque circonstance particulière (isothermisme ou adiabatisme par exemple), être prises les mêmes que dans les cas des phénomènes réversibles ; cette remarque est évidemment applicable aussi aux quantités de chaleur dégagées pendant la compression. Après tout ce qui a été dit précédemment (§ 51 et suivants), il n'y a donc plus lieu d'insister sur le sujet qui nous occupe ; en particulier la chaleur abandonnée pendant une compression isothermique se calculera par la formule donnée au commencement du paragraphe 57.

§ 109. — **Calcul des échanges de chaleur qui se produisent dans les cylindres des pompes à comprimer les gaz.**

Dans les machines à comprimer les gaz, on s'efforce en général d'opérer d'une façon continue un refroidissement tel que le fluide conserve toujours, ou à peu près, la même température, et les équations de la compression isothermique sont alors applicables ; mais il peut parfaitement arriver (soit par suite d'insuffisance dans la quantité d'eau réfrigérante, soit pour tout autre motif) et il arrive même forcément que la température des gaz aille en augmentant. Quand cet accroissement est trop grand pour pouvoir être négligé [1], le nombre Q des calories *soustraites* au fluide d'un point à l'autre peut se calculer très facilement en écrivant l'équation de l'équivalence du point de départ A à un point quelconque D de la courbe ADG relevée avec l'indicateur de Watt ; on a en effet (fig. 61)

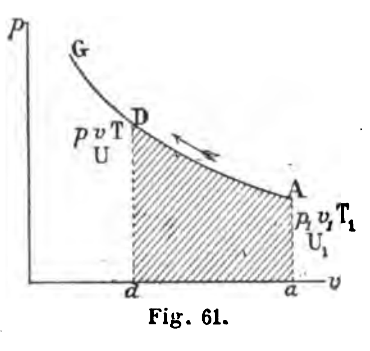


Fig. 61.

(1) C'est par exemple ce qui arrive dans les pompes Mékarski où l'air comprimé s'échauffe parfois d'une vingtaine de degrés et où l'hypothèse de l'isothermisme est par suite inadmissible.

$$- Q) = U - U_1 + \frac{1}{E}\int p\,dv = c\,(T - T_1) - \frac{1}{E}\text{ aire AD } d\,a$$

$$Q = \frac{1}{E}\text{ aire AD } d\,a - c\,(T - T_1)$$

T_1 température initiale du gaz est connu ; il en est de même pour T grâce à la relation $p\,v = RT$, de sorte que la quantité de chaleur Q abandonnée par le gaz à l'eau réfrigérante et aux parois du cylindre s'obtient immédiatement de cette façon.

§ 110. — Détente irréversible d'un gaz.

Le problème de la détente d'un gaz soumis à une pression inférieure à celle qui correspondrait à un trajet réversible se traite comme le précédent : les états extrêmes A et B étant supposés des états de repos

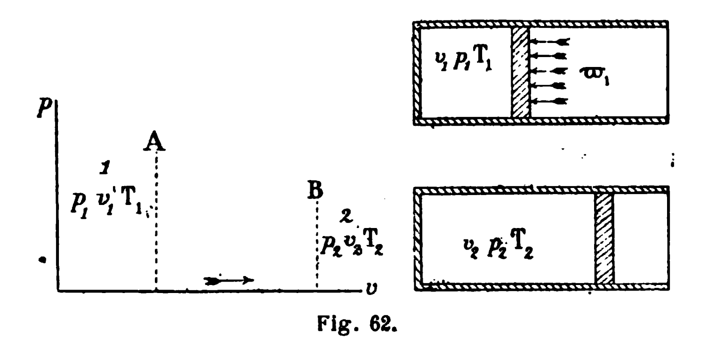


Fig. 62.

(fig. 62) et ϖ_1 étant la pression extérieure par unité de surface, l'équation d'équivalence donne

$$Q' = U_2 - U_1 + \frac{1}{E}\int \varpi_1\,dv$$

$$\frac{Q'}{n} = \frac{1}{E}\varpi_1\,(v_2 - v_1) - c\,(T_1 - T_2)$$

Cette équation permet de résoudre, comme tout à l'heure, un certain nombre de problèmes. Dans le cas particulier où $Q' = 0$ et où $\varpi_1 = 0$,

c'est-à-dire si le vide parfait existe sur la face extérieure du piston, et si le récipient ne communique ni ne reçoit de chaleur, on a

$$c\,(T_1 - T_2) = 0$$

la température reste constante quelle que soit l'augmentation de volume; c'est en effet le cas de l'expérience de Joule (§ 48).

Lorsque Q' = 0, on a

$$T_2 = T_1 - \frac{\varpi_1 (v_2 - v_1)}{E c}$$

A mesure que ϖ_1 augmente à partir de zéro, T_2 décroît à partir de T_1 pour atteindre sa valeur minimum quand ϖ_1 est maximum, ce qui a évidemment lieu quand ϖ_1 est égal à la pression même qu'acquiert le gaz en se détendant d'une manière réversible (si ϖ_1 avait en effet une valeur plus forte, le phénomène de détente cesserait de se produire). Le fluide étant renfermé dans un cylindre imperméable à la chaleur, le maximum de refroidissement a donc lieu quand la détente est opérée d'une manière réversible; c'est d'ailleurs ce qui était évident à priori : au maximum de travail produit par un gaz correspond le maximum d'abaissement de la température quand il n'y a ni réception ni soustraction de calorique. On verrait de même que, dans le cas de la compression adiabatique, le minimum d'échauffement a lieu dans les mêmes circonstances; c'est d'ailleurs ce que nous avons eu l'occasion de faire remarquer (§ 107).

§ 111. — Elévation de température produite par l'arrêt d'une masse gazeuse en mouvement.

Supposons une masse gazeuze animée d'une vitesse V commune à toutes ses parties (fig. 63), ce sera par exemple un gaz circulant dans un

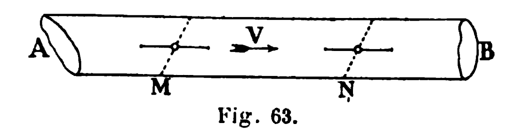


Fig. 63.

tuyau AB, et imaginons qu'à un moment quelconque on ferme subitement les deux valves M et N; le fluide ainsi emprisonné va perdre peu

à peu sa force vive et, une fois le repos réalisé, sa température se sera accrue d'une quantité $\theta°$ qu'on demande de calculer; on suppose d'ailleurs le récipient imperméable à la chaleur.

En écrivant l'équation de l'équivalence entre le moment où l'on ferme les valves et celui où le repos est établi, on a

$$\Delta Q' = \Delta U + \frac{1}{E}\left[\mathcal{T} + \frac{1}{2}(m V_1^2 - m V^2)\right]$$

Or $\Delta Q' = 0$, $\mathcal{T} = 0$, puisque, le volume restant constant, aucun travail n'est produit ou consommé; quant à la vitesse finale V_1 elle est nulle. On a donc

$$0 = \Delta U - \frac{1}{2E}\Sigma m V^2.$$

En supposant, comme toujours, qu'on ait affaire à 1 kg. de gaz,

$$\Delta U = c\,\theta$$

$$m = \frac{1}{g}$$

et par suite

$$c\,\theta = \frac{V^2}{2gE} = 0{,}00012\,V^2$$

$$\theta = 0{,}00012\,\frac{V^2}{c}$$

Cette équation pouvait d'ailleurs s'écrire immédiatement, puisque les $\frac{1}{2E}\Sigma m V^2$ calories sont employées uniquement à échauffer l'air sous volume constant.

Pour l'air, une élévation de température de 1° centigrade correspond ainsi à une vitesse de $37^m,5$ par seconde, c'est-à-dire à peu près à celle des plus violents ouragans. Pour des vitesses de 8^m, bien supérieures à celles des pistons des cylindres au moment de leur déplacement le plus rapide, θ n'atteint pas 0°,05; c'est ce qui justifie l'assertion émise au paragraphe 108, à savoir que, dans les cylindres des pompes à comprimer les gaz (aussi bien que dans ceux des appareils mus par l'air comprimé), on peut faire abstraction de la force vive imprimée aux particules du fluide.

Si la transformation de la force vive en chaleur avait lieu autrement

qu'à volume constant, le calcul de l'élévation de température se ferait également sans difficulté ; s'il s'agit par exemple d'une transformation à pression constante, c devra être remplacé par la chaleur spécifique à pression constante C, et θ sera un peu plus faible ; c'est du reste ce qui est évident à priori, puisque le gaz s'échauffant augmente alors de volume et produit ainsi un travail extérieur qui consomme du calorique.

§ 112. — Explosion d'un réservoir contenant un gaz comprimé.

Un réservoir contenant 1 kg. d'un gaz comprimé, imaginons que l'enveloppe extérieure se trouve subitement anéantie ; le fluide va alors se répandre en divers sens, en éprouvant le phénomène de la détente irréversible qui a fait l'objet du paragraphe 110.

A un moment donné, l'état dans lequel se trouve le gaz dépend des résistances ϖ_1 qu'il a rencontrées sur son chemin, de la valeur des masses des corps qu'il a entraînés avec lui, du volume qui lui est offert pour sa dilatation, etc. ; à chaque cas particulier correspond forcément une solution différente. Envisagé d'une manière générale et sans la connaissance des circonstances spéciales qui l'accompagnent, le problème n'est pas défini et, comme nous allons le voir, le travail produit peut avoir toutes sortes de valeur depuis zéro jusqu'à un maximum qu'il ne peut dépasser.

Pour fixer les idées, considérons 1 kg. d'un gaz dont le volume v_1 à la pression p_1 est limité par une cloison HH' placée dans un cylindre fermé AB (fig. 64) ; dans la portion DF de ce dernier règne le vide absolu. A un mo-

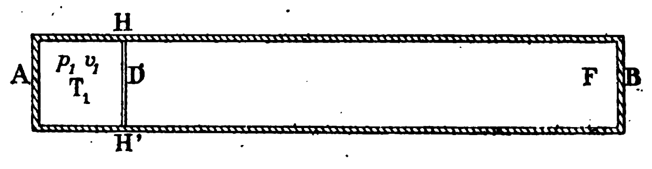


Fig. 64.

ment donné anéantissons la cloison HH' (comme dans l'expérience de Joule, 48) ; l'explosion se produit et le gaz, après être revenu au repos et n'avoir évidemment produit aucun travail extérieur, occupe le volume

total AF à une pression qui, si la capacité DF a été calculée en conséquence, est égale à la pression atmosphérique. En d'autres termes, un gaz comprimé contenu dans un récipient AHH' peut, dans des conditions convenablement choisies, faire explosion et revenir à la pression ordinaire sans avoir développé un seul kilogrammètre.

Au lieu d'avoir une pression nulle en DF (fig. 65), supposons maintenant qu'à la cloison HH' formant piston soit appliquée une pression ϖ_1 arbitraire, mais à tout moment plus petite que la pression correspondante du gaz (sans quoi le mouvement ne se produirait évidemment pas); le travail produit $\int \varpi_1 \, dv$ va aller en augmentant en même temps que ϖ_1, et il atteindra sa plus grande valeur quand ϖ_1 sera lui-même, à tout instant, maximum, c'est-à-dire égal à la tension du fluide. En d'autres termes et suivant une remarque déjà faite (§ 104), le travail produit pendant la transformation considérée sera maximum quand celle-ci sera réversible, c'est-à-dire quand le corps aura constamment à vaincre des résistances précisément égales aux plus fortes qu'il puisse surmonter.

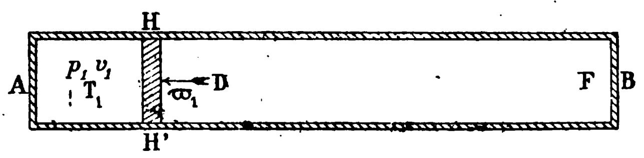


Fig. 65.

Il est bien clair que, dans la pratique, la dernière condition que nous venons d'indiquer ne sera jamais remplie; le travail maximum possible ne sera pas développé. La même remarque est d'ailleurs évidemment applicable à l'explosion d'une chaudière à vapeur, et elle confirme cette observation qui a été faite à diverses reprises, à savoir que les effets réellement produits dans plus d'un phénomène de ce genre sont notablement inférieurs à ceux qui résultent des calculs relatifs aux phénomènes réversibles.

La transformation due à une explosion ne durant qu'un temps très court quand la déchirure produite est un peu étendue, on admet généralement qu'elle s'opère sans échange de chaleur avec l'extérieur et, dans le cas d'un gaz, le maximum de travail possible est alors donné par la formule du paragraphe 58 relative à la détente adiabatique de cette espèce de fluide.

§ 113. — Détente irréversible d'une vapeur humide.

Prenons 1 kg. de vapeur humide contenant m_1 kg. de vapeur sèche et ayant une température T_1 (fig. 66), et supposons, comme dans le cas

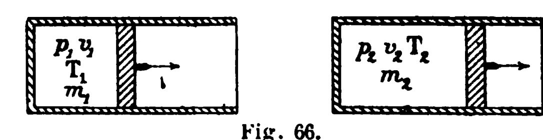


Fig. 66.

d'un gaz, qu'elle passe à l'état p_2, v_2, T_2, m_2 en supportant une pression extérieure plus faible que celle qui correspondrait à une transformation réversible; nous admettons également, comme précédemment, que les états extrêmes considérés 1 et 2 sont des états de repos. Si on désigne par v_1 et v_2 les volumes totaux de mélange, on a (§ 69)

$$v_1 = m_1 u_1 + \sigma_1$$

$$v_2 = m_2 u_2 + \sigma_2$$

D'autre part désignons par Q' la quantité de chaleur communiquée au mélange pendant la transformation considérée, et par ϖ_1 la pression extérieure telle qu'elle a été définie au paragraphe 104; l'équation de l'équivalence donne, *en supposant que le piston a une masse nulle*,

$$Q' = U_2 - U_1 + \frac{1}{E} \int \varpi_1 dv$$

ou bien (§ 72)

$$Q' = q_2 - q_1 + m_2 \rho_2 - m_1 \rho_1 + \frac{1}{E} \int \varpi_1 dv$$

Cette équation permet, étant donnés l'état initial de la vapeur, le nombre de calories Q', la pression extérieure ϖ_1, ainsi que la température finale T_2 (ou, ce qui revient au même, la pression correspondante p_2), de calculer la quantité m_2; on en déduit immédiatement le volume v_2

$$v_2 = m_2 u_2 + \sigma_2$$

et l'état final du mélange de liquide et de vapeur est entièrement connu. Il doit être d'ailleurs bien convenu que la vapeur est supposée n'être

surchauffée ni à l'état initial ni à l'état final, sans quoi les formules précédentes ne seraient plus évidemment applicables. La même remarque est applicable aux paragraphes qui suivent.

§ 114. — Détente d'une vapeur humide dans les cylindres des machines à vapeur.

Dans la pratique, il est impossible de supposer que le piston et les autres organes qu'il entraîne avec lui aient une masse nulle; mais, comme dans le cas des gaz, on peut parfaitement admettre que, en raison de la vitesse relativement faible des pistons des machines à vapeur, la force vive imprimée à la vapeur est négligeable (§ 118) de sorte que la pression par unité de surface qui s'exerce sur le piston peut être prise égale à celle qui est fournie par l'indicateur de Watt, et la courbe ϖ_1 n'est autre chose que celle qui est fournie par cet instrument. Le problème à résoudre consiste alors à calculer, à tel moment qu'on le veut, les échanges de chaleur Q' qui s'effectuent entre la vapeur et les parois du cylindre, échanges qui sont loin d'être nuls, comme il est facile de le comprendre et comme le montre d'ailleurs la pratique : à cet effet, on aura recours à l'équation d'équivalence

$$Q' = U_2 - U_1 + \frac{1}{E}\int \varpi_1\, dv = q_2 - q_1 + m_2\rho_2 - m_1\rho_1 + \frac{1}{E}\int p\, dv$$

équation dans laquelle tout est connu, excepté Q' ; l'état initial p_1, v_1, T_1, m_1 est en effet donné, ainsi que le volume final v_2, la pression p_2 (mesurée sur la courbe d'indicateur, ainsi que $\int p\, dv$), et par suite T_2 et m_2. Nous aurons d'ailleurs l'occasion de revenir sur ce sujet, en nous occupant plus spécialement de l'application de la thermodynamique aux machines à vapeur (§ 132).

§ 115. — Compression irréversible d'une vapeur humide.

Les considérations exposées dans les deux paragraphes qui précèdent

s'appliquent en tous points à la compression des vapeurs ; il est donc inutile d'insister plus longuement sur ce sujet.

§ 116. — Détente ou compression adiabatiques d'une vapeur humide qui ne produit pas de travail.

Supposons que deux vases A et B contenant l'un n kg. d'une vapeur à l'état v_1, p_1, T_1, m_1, l'autre n' kg. à l'état v_2, p_2, T_2, m_2 soient mis en communication l'un avec l'autre ; on demande quel sera l'état v_3, p_3, T_3, m_3 quand le repos sera établi (fig. 67).

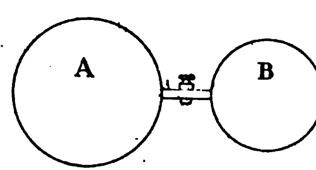


Fig. 67

Les forces vives étant nulles au commencement et à la fin de l'opération, le principe de l'équivalence appliqué à la masse totale donne

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E} \mathfrak{T}$$

Or $\Delta Q = 0$ puisqu'on suppose les récipients imperméables à la chaleur, d'autre part $\mathfrak{T} = 0$ puisque le *volume total* ne change pas ; par conséquent

$$\Delta U = 0$$

c'est-à-dire

$$n\,(U_3 - U_1) + n'(U_3 - U_2) = 0$$

$$(n + n')\,U_3 = n\ U_1 + n'\ U_2$$

$$(n + n')\,(q_3 + m_3\,\rho_3) = n\,(q_1 + m_1\,\rho_1) + n'\ (q_2 + m_2\,\rho_2)$$

D'autre part on a, en exprimant que le volume total n'a pas changé

$$n\,(m_1\,u_1 + \sigma_1) + n'\ (m_2\ u_2 + \sigma_2) = (n + n')\ (m_3\,u_3\ \sigma_3)$$

Ces deux équations, qui renferment comme inconnues la proportion m_3 de vapeur et la température T_3 du mélange sous forme des fonctions

q_3, u_3 et σ_3 permettent de résoudre le problème [1]. Comme nous l'avons dit déjà, σ peut être regardé comme constant.

§ 117. — Effet produit par l'étranglement d'une valve d'arrivée de vapeur.

Un mélange de liquide et de vapeur à l'état p_1, m_1 se meut dans un tuyau AB (fig. 68), et rencontre sur sa route une valve H après le pas-

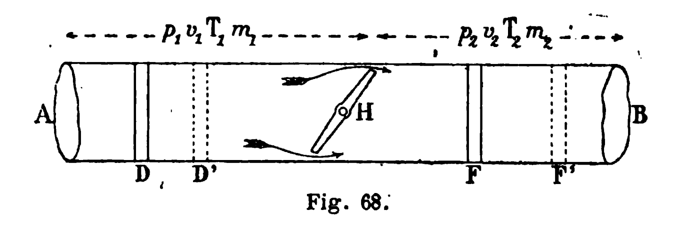


Fig. 68.

sage de laquelle sa pression tombe à $p_2 < p_1$, en même temps que la proportion de vapeur devient m_2; on demande de calculer m_2 connaissant p_1, m_1 et p_2.

Pour cela, imaginons qu'à gauche et à droite de la valve se trouvent deux pistons fictifs et sans masse D et F qui se meuvent avec la vapeur exactement du même mouvement qu'elle, et supposons qu'ils soient en D' et F' quand une certaine quantité de vapeur humide, 1 kg. par exemple, a traversé la valve. Écrivons pour ce kilogramme l'équation de l'équivalence de l'état 1 à l'état 2 (en supposant pour le moment que les forces vives de la vapeur soient négligeables)

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\,\mathfrak{T}$$

Le tuyau étant supposé imperméable à la chaleur on a $\Delta Q = 0$; d'autre part (§ 72)

$$\Delta U = U_2 - U_1 = q_2 - q_1 + m_2\rho_2 - m_1\rho_1$$

Quant à $\mathfrak{T}$ il se compose de deux parties : 1° du travail *consommé* sur le piston D; 2° du travail *produit* par le piston F, et chacun d'eux est

(1) Voir la *Thermodynamique* de Zeuner, page 368.

égal à la pression correspondante multipliée par le volume de 1 kg. de fluide ; on a donc en définitive

$$\mathfrak{T} = -p_1 (m_1 u_1 + \sigma_1) + p_2 (m_2 u_2 + \sigma_2)$$

Par suite, l'équation de l'équivalence est

$$q_2 - q_1 + m_2 \rho_2 - m_1 \rho_1 - \frac{1}{E} p_1 (m_1 u_1 + \sigma_1) + \frac{1}{E} p_2 (m_2 u_2 + \sigma_2) = 0$$

Or (§ 72) par définition

$$\rho + \frac{1}{E} p u = r$$

Donc

$$q_2 + m_2 r_2 + \frac{1}{E} p_2 \sigma_2 = q_1 + m_1 r_1 + \frac{1}{E} p_1 \sigma_1$$

équation qui donne immédiatement m_2 et résout par suite le problème proposé. Dans la pratique, les deux termes $\frac{1}{E} p_2 \sigma_2$ et $\frac{1}{E} p_1 \sigma_1$, dont la différence est très faible, peuvent être négligés, de sorte que la relation cherchée, qui donne m_2, devient

$$q_2 + m_2 r_2 = q_1 + m_1 r_1$$

Dans l'étude qui vient d'être faite, nous n'avons pas tenu compte des forces vives de la vapeur ; or, après le passage de la valve, le fluide n'ayant plus la même pression et la même siccité qu'auparavant, n'a plus exactement la même vitesse si la section des tuyaux est constante dans toute sa longueur ; mais la variation de force vive qui en résulte est négligeable, et l'équation obtenue peut être considérée comme exacte. Quant aux applications et aux conséquences numériques auxquelles elle donne lieu, nous reviendrons plus tard sur ce sujet (§ 141).

§ 118. — Effet produit par l'arrêt d'une vapeur humide en mouvement.

Ce problème se traitera d'une façon semblable à celle du paragraphe 111 ; l'équation de l'équivalence donne

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E}\left(\mathcal{T} - \frac{1}{2}\Sigma m V^2\right)$$

S'il n'y a ni communication ni soustraction de chaleur et si le travail extérieur est nul (c'est-à-dire si le volume du mélange reste constant), on a $\Delta Q = 0$, $\mathcal{T} = 0$ et par suite

$$\Delta U = \frac{1}{2E}\Sigma m V^2$$

Les $\frac{1}{2E}\Sigma m V^2$ calories sont alors employées à chauffer le mélange en vase clos et les équations données au paragraphe 88 permettent de trouver, au moins par tâtonnements, la valeur de la température finale T_2 et par suite la proportion correspondante m_2 de vapeur.

Si l'on suppose au contraire que la transformation a lieu à pression constante (et c'est ce qui se rapproche le plus du cas où la vapeur se précipitant dans le cylindre d'une machine à vapeur y perd la presque totalité de sa vitesse), le calcul de l'état final se fait immédiatement. Si par exemple la vapeur est sèche, elle se surchauffe d'un nombre de degrés θ qui est donné par l'équation

$$C' \theta = \frac{1}{2E}\Sigma m V^2$$

C' étant la chaleur spécifique à pression constante du fluide surchauffé.

Si on a affaire à 1 kil. de vapeur d'eau, $m = \frac{1}{g}$, $C' = 0{,}4805$ et si on prend $V = 60$ mèt. (ce qui est *à peu près* la vitesse maximum de la vapeur dans les tuyaux de conduite des machines à vapeur installées dans de bonnes conditions, et dépasse énormément la vitesse des pistons dans les moteurs les plus rapides), on a

$$0{,}4805\ \theta = \frac{V^2}{2gE} = 0{,}00012\ V^2$$

$$\theta = \frac{0{,}00012 \times 3600}{0{,}4805} = 0^\circ{,}9$$

ce qui est insignifiant.

Si la vapeur d'eau est humide, elle se sèche, et le poids α de liquide vaporisé pour 1 kil. de mélange est donné par la relation

$$\alpha r = 0{,}00012\ V^2$$

En prenant $r = 522$ (ce qui correspond à environ 2 kil. de pression absolue) et $V = 60^m$

$$\alpha = 0^{kg},00083$$

quantité négligeable ; c'est d'ailleurs le résultat auquel on devait s'attendre, puisque pour 1 kil. de vapeur l'anéantissement des 60 mètres de vitesse que nous avons supposés ne crée que $0,00012 \times 3600 = 0^{cal},432$, soit environ 183 kilogrammètres, quantité extrêmement faible comparativement au travail que produit dans nos machines thermiques le poids ci-dessus du fluide en question. Il va sans dire que les résultats obtenus seraient tout autres si la vitesse de la vapeur dépassait notablement celle que nous avons supposée, et atteignait par exemple celle qu'on constate pour l'écoulement dans l'atmosphère sous l'influence d'une forte différence de pressions.

§ 119. — **Explosion d'une chaudière à vapeur.**

Les explications détaillées que nous avons données au paragraphe 112 à propos des explosions des réservoirs à gaz nous permettent de ne dire que peu de mots du cas actuel : quand 1 kil. d'une vapeur humide est renfermé dans une enveloppe qui se brise, le travail qui est produit par le fluide jusqu'au moment où sa pression s'abaisse à 1 atmosphère peut avoir théoriquement toutes sortes de valeurs depuis zéro jusqu'à un maximum qui correspondrait à la réversibilité. Dans le cas où il n'y aurait pas d'échange de chaleur avec les objets extérieurs, la valeur de ce maximum serait donnée par les formules du paragraphe 85 dans lesquelles on peut prendre $m_1 = 0$ puisque la proportion relative (en poids) de la vapeur contenue dans la chaudière est extrêmement faible ; quant à la proportion finale m elle se calcule facilement (§ 83), après quoi la valeur de $\mathfrak{T}$ s'obtient sans difficulté ; les données du problème sont la température initiale t_1 et la température finale $t = 100°$ correspondant à la pression atmosphérique.

A titre d'observation supplémentaire, nous ferons remarquer qu'en calculant, à titre comparatif, la valeur maximum ci-dessus $\mathfrak{T}$ pour 1 kil. d'un gaz et pour 1 kilog. de l'eau d'une chaudière, on trouve dans le second cas une valeur beaucoup plus forte que dans le premier, dès que la température est un peu élevée : l'explosion d'un récipient d'eau chaude est donc beaucoup plus dangereuse que celle d'un réservoir de

gaz ; les effets dynamiques possibles sont incomparablement plus grands pour l'un que pour l'autre. Nous ajouterons que, pour une chaudière à vapeur, une déchirure peu étendue mais située au-dessous du niveau de l'eau détermine la projection d'une masse notable de liquide qui, en raison de sa grande vitesse et de sa densité relativement considérable, produit sur la partie restante de l'appareil une réaction qui n'est pas négligeable et qui, au moins dans des chaudières en mauvais état, est susceptible d'amener une rupture plus étendue ou même une nouvelle avarie ; il y a là un effet secondaire dont il n'a pas toujours été tenu compte et dont l'influence sur les résultats constatés est loin d'être toujours négligeable.

§ 120. — Calculs de la quantité d'eau nécessaire à la condensation de 1 kilog. de vapeur.

1° *Cas de deux vases inextensibles et imperméables à la chaleur.*

Prenons deux vases A et B imperméables à la chaleur et contenant l'un 1 kil. de vapeur à l'état p_1, m_1, l'autre N kil. d'eau à la température T_2 (fig. 69) ; mélangeons intimement le tout ensemble, et proposons-nous de calculer quel doit être le rapport N pour que le mélange soit entièrement condensé à l'état d'eau à $T°_3$.

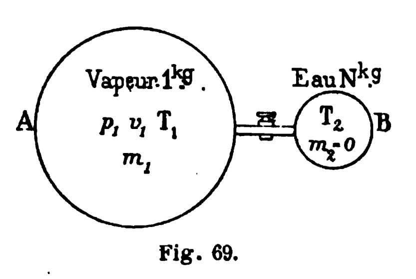


Fig. 69.

Ce problème est précisément celui que nous avons traité au paragraphe 116 ; seulement il se présente ici dans des conditions plus simples parce que B ne contient que de l'eau et qu'il en est de même pour le mélange de sorte que $m_2 = 0$ et $m_3 = 0$. En écrivant (comme pour tous les phénomènes irréversibles) l'équation d'équivalence on a, puisque $\Delta Q = 0$ et $\mathfrak{T} = 0$,

$$U_3 - U_1 + N(U_3 - U_2) = 0$$

$$N(q_3 - q_2) = q_1 + m_1 \rho_1 - q_3$$

$$N = \frac{q_1 + m_1 \rho_1 - q_3}{q_3 - q_2}$$

Pour l'eau on peut prendre à titre approximatif (§§ 63 et 94)

$$q_1 - q_3 = t_1 - t_3$$

$$q_3 - q_2 = t_3 - t_2$$

$$m_1 \rho_1 = m_1 \, (575{,}9 - 0{,}791 \, t_1)$$

de sorte que

$$N = \frac{m_1 (575{,}9 - 0{,}791 t_1) + t_1 - t_3}{t_3 - t_2}$$

Si la vapeur considérée est sèche, $m_1 = 1$ et par suite

$$N = \frac{575{,}9 + 0{,}209 \, t_1 - t_3}{t_3 - t_2}$$

La formule anciennement employée et basée sur cette hypothèse que le calorique est une chose indestructible qu'on peut exprimer d'un corps comme l'eau d'une éponge, est

$$N' = \frac{606{,}5 + 0{,}305 \, t_1 - t_3}{t_3 - t_2}$$

Elle ne présente pas, au point de vue des calculs, plus de simplicité que la précédente.

2° *Cas de deux vases simplement impermeables à la chaleur.*

Nous allons continuer à supposer que les deux récipients qui contiennent l'eau et la vapeur ne peuvent ni soustraire du calorique aux fluides en jeu, ni leur en communiquer ; nous tiendrons seulement compte de ce fait que, dans le cas réel d'un condenseur de machine à vapeur (supposé à injection directe), la vapeur d'échappement et l'eau d'injection (par suite de cette circonstance qu'elles sont poussées dans le condenseur) reçoivent de l'extérieur et par suite *consomment* une certaine quantité de travail qui doit entrer dans l'équation d'équivalence et qui, par sa *disparition*, donne lieu à la production d'une certaine quantité de chaleur ; en d'autres termes, pour obtenir la même température finale t_3, il faut dépenser un peu plus d'eau que ne l'indique la formule trouvée tout à l'heure ; mais nous allons voir que la différence est si faible qu'elle est absolument négligeable.

Pour bien fixer les idées, considérons un cylindre renfermant 1 kil. de

vapeur à l'état p_1, m_1 (fig. 70) et un second cylindre B contenant N kil. d'eau qui sont poussés lentement dans le condenseur par un piston sur lequel s'exerce une pression de P kil. par mètre carré (c'est la pression qui

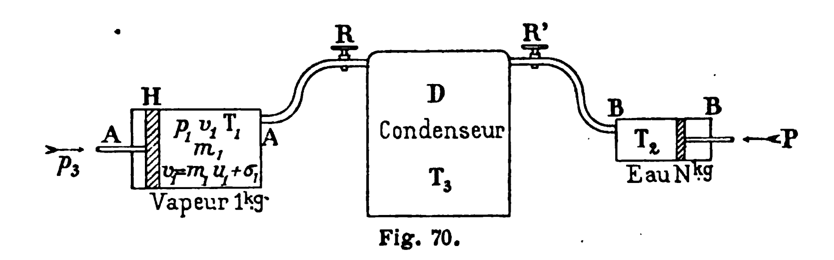


Fig. 70.

existe dans le réservoir où est supposée renfermée l'eau d'injection). Le robinet R étant fermé, ouvrons R' : l'eau réfrigérante pénètre en D en *consommant* un travail extérieur égal à

$$P \times \text{volume de l'eau injectée} = P\,N\,\sigma_2 \ {}^{\text{kgm}}$$

Fermons maintenant R' et ouvrons R en maintenant le piston H immobile ; le mélange d'eau et de vapeur s'opère et la température devient uniforme dans toute la masse au bout de quelques instants, mais l'opération n'est pas encore terminée : il reste en effet à pousser dans le condenseur la vapeur à la température T_3 (ou à très peu près T_3) qui remplit le cylindre A. Pour vider ce dernier, faisons marcher le piston H vers la droite en lui appliquant extérieurement la pression p_3 que supporte sa face intérieure ; la vapeur *consomme* ainsi un travail égal à

$$p_3 \times \text{volume du cylindre A} = p_3\, v_1 = p_3\,(m_1 u_1 + \sigma_1)$$

En définitive puisque $\Delta Q = 0$ pour l'ensemble du système, l'équation de l'équivalence devient

$$0 = \Delta U + \frac{1}{E}\mathcal{T}$$

$$U_3 - U_1 + N\,(U_3 - U_2) + \frac{1}{E}\Big[-P N \sigma_2 - p_3 (m_1 u_1 + \sigma_1)\Big] = 0$$

$$q_3 - q_1 - m_1 \rho_1 + N\,(q_3 - q_2) - \frac{PN\sigma_2}{E} - \frac{p_3\,(m_1 u_1 + \sigma_1)}{E} = 0$$

$$N = \frac{q_1 + m_1 \rho_1 - q_3 + \dfrac{p_3\,(m_1 u_1 + \sigma_1)}{E}}{q_3 - q_2 - \dfrac{P\,\sigma_2}{E}}$$

Or il est facile de voir que, la pression p_3 qui règne à l'intérieur du condenseur étant très faible, le terme $\frac{p_3(m_1 u_1 + \sigma_1)}{E}$ est négligeable devant $q_1 + m_1 \rho_1 - q_3$; de même, σ_2 ayant une valeur très petite, on peut se contenter de prendre $q_3 - q_2$ comme dénominateur et on retombe ainsi sur l'expression

$$N = \frac{q_1 + m_1 \rho_1 - q_3}{q_3 - q_2}$$

qui est précisément celle que nous avons obtenue précédemment.

§ 121. — Calcul du poids d'eau nécessaire à la condensation dans une machine à vapeur à injection directe.

Dans le cas réel d'une machine à vapeur, les phénomènes sont plus complexes que nous ne l'avons supposé jusqu'ici ; pendant la période d'évacuation les parois du cylindre, préalablement échauffées pendant l'admission, communiquent à la vapeur un certain nombre de calories R_c (§ 132) qu'on ne sait pas calculer à priori ; il en est de même pour la proportion m_1 de vapeur qui existe à la fin de la détente. Il est facile heureusement de se tirer d'affaire par un autre moyen, en remarquant simplement que le nombre de calories Q communiquées au fluide moteur dans la chaudière se décompose en deux parties :

1° Les calories Q' communiquées au condenseur (et comprenant le terme R_c dont il vient d'être question) ;

2° Les calories qui sont converties en travail mécanique, $\mathcal{T}^{kgm}$ et dont la valeur est $\frac{1}{E}\mathcal{T}$.

On a donc

$$Q = Q' + \frac{1}{E}\mathcal{T}$$

$$Q' = Q - \frac{1}{E}\mathcal{T}$$

en négligeant les effets, ici sans importance, du rayonnement et des enveloppes de vapeur.

S'il s'agit de 1 kil. de vapeur supposée saturée sèche ayant une température t_1

$$Q = q_1 + r_1 - t_3 = \lambda_1 - t_3$$
$$= 606{,}5 + 0{,}305\ t_1 - t_3$$

t_3 étant la température de l'eau fournie par la pompe alimentaire. D'autre part la connaissance approximative du nombre de kilogrammètres $\mathcal{T}$ obtenu en dépensant 1 kil. de vapeur résulte de l'étude même du projet de l'appareil moteur ; Q' peut donc être évalué avec une exactitude très suffisante, et la quantité cherchée N se déterminera alors par la relation

$$N = \frac{Q'}{q_3 - q_2}$$

§ 122. — Expériences calorimétriques.

1° *Cas des solides et des liquides.*

Lorsqu'un solide ou un liquide se dilate ou se contracte sans qu'on le soumette artificiellement à une pression extérieure très forte, le travail extérieur produit ou consommé peut être considéré comme négligeable (en raison de la petitesse de la variation de volume), et l'énergie ou chaleur interne est donnée par l'expression (§ 61)

$$U = \text{constante} + K\ t$$

K étant un coefficient numérique sensiblement constant auquel on a donné le nom de chaleur spécifique (§ 60).

Ceci posé et les conditions précédentes étant admises, mélangeons dans un récipient imperméable à la chaleur deux corps solides ou liquides de températures t_1 et t_2 et supposons qu'aucun d'eux ne change d'état pendant l'opération ; comme $\Delta Q = 0$ et $\mathcal{T} = 0$, le principe de l'équivalence donne pour l'ensemble du système

$$\Delta U = 0$$

c'est-à-dire, en appelant t_3 la température finale commune,

$$\varpi K\ (t_1 - t_3) = \varpi'\ K'\ (t_3 - t_2)$$

ϖ et ϖ' étant les poids des deux corps. C'est la même équation que celle qu'on obtient en supposant que la chaleur est indestructible, c'est-à-dire que la production de travail extérieur n'a pas d'influence sur elle ; cette coïncidence tient à ce que, dans le cas actuel, on a $\mathfrak{T} = 0$ dans la transformation considérée. Une remarque analogue est applicable au cas où on détermine par la méthode des mélanges le nombre de calories nécessaires pour le passage d'un corps solide à l'état liquide ou inversement ; peu importe la valeur de la pression extérieure (pourvu qu'elle ne soit pas extrêmement forte) puisque le travail extérieur est alors à peu près nul.

2° *Cas des vapeurs.*

Il en est tout autrement dans le cas des vapeurs ; suivant qu'elles se forment ou se condensent à telle ou telle pression, le travail extérieur produit ou consommé pu et par suite la quantité de chaleur dépensée ou recueillie $Q = U_2 - U_1 + \frac{1}{E} pu$ (§ 71) varient dans des limites assez étendues ; toute expérience de calorimétrie ayant pour but de déterminer d'une manière précise la chaleur de vaporisation r (ou, ce qui revient au même, la chaleur appelée autrefois « *totale* » λ) doit donc être exécutée en envoyant la vapeur se condenser dans un appareil où on maintient une pression différant extrêmement peu de la tension d'ébullition ; on obtient d'ailleurs ainsi ce résultat que l'écoulement, étant dû à une très faible différence de pressions, ne donne lieu qu'à une vitesse minime et par suite à des forces vives sans aucune importance. C'est heureusement de cette façon que Regnault a opéré en dehors, il faut le dire, de toute idée basée sur la thermodynamique ; sans cette précaution on aurait pu obtenir pour la quantité λ des valeurs très différentes les unes des autres, comme nous allons le montrer.

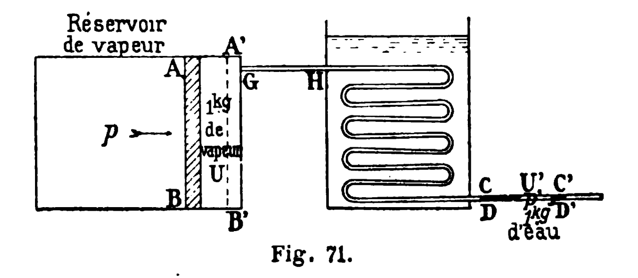


Fig. 71.

Considérons en effet un réservoir où se trouve, à la tension p, une

vapeur qui s'écoule dans un serpentin condenseur où règne la pression $p'_1 < p$ et imaginons, pour simplifier les explications, que AB et CD (fig. 71) soient deux pistons fictifs qui se transportent de AB en A'B' et de CD en C'D' pendant que 1 kil. de vapeur se condense en eau, c'est-à-dire depuis le commencement de l'opération jusqu'à la fin. Les états extrêmes en question pouvant être considérés comme des états de repos, écrivons l'équation d'équivalence

$$(-Q) = U' - U + \frac{1}{E}\mathfrak{T}$$

Q, U et U' ayant les mêmes significations que tout à l'heure. Quant à $\mathfrak{T}$, il se compose de deux parties :

1° Du travail consommé sur le piston AB, c'est-à-dire $-ps$,

2° Du travail produit par l'intermédiaire du piston CD, c'est-à-dire $+p'\sigma'$.

On a donc

$$-Q = U' - U - \frac{1}{E}ps + \frac{1}{E}p'\sigma'$$

$$Q = U - U' + \frac{1}{E}pu + \frac{1}{E}(p\sigma - p'\sigma')$$

ou très sensiblement

$$Q = U - U' + \frac{1}{E}pu$$

Si la vapeur du réservoir est sèche et à la température t^o, et si l'eau condensée dans le serpentin est à t' degrés, on a pour 1 kil. de fluide

$$Q = q + \rho - q' + \frac{1}{E}pu$$

$$= q + r - q' = \lambda - q'$$

ou encore

$$Q = \lambda - t'$$

$$\lambda = Q + t'$$

Dans les conditions que nous avons supposées, l'expérience que nous venons d'indiquer donne donc bien la valeur véritable de λ et il n'y a pas lieu de s'en étonner : si en effet la vapeur n'a à surmonter qu'une

très faible pression p' en pénétrant dans le serpentin, en revanche elle acquiert une grande force vive qui, en s'anéantissant dans l'appareil condenseur, donne lieu au même dégagement de calories que l'aurait fait l'anéantissement d'un travail équivalent ; mais, ce qu'il importe essentiellement de remarquer, c'est que la compensation en question n'a lieu qu'aux deux conditions suivantes que nous avons implicitement admises :

1° La température, la pression (et, s'il y a lieu, le degré de siccité) de la vapeur sont mesurés dans le réservoir, c'est-à-dire en des points où le fluide a une vitesse négligeable, où, en d'autres termes, il est au repos (ou à peu près).

2° *Toute* la force vive gagnée par la vapeur est anéantie dans le serpentin, c'est-à-dire dans la partie de l'appareil où se recueille la chaleur Q, et il n'en est rien abandonné dans le trajet GH.

Si ces précautions ne sont pas prises, on obtient forcément des résultats inexacts : telle est par exemple la circonstance qui s'est présentée lorsque des observateurs ont mesuré la pression et la température de la vapeur non pas en M (fig. 72) mais en un point M' où une force vive

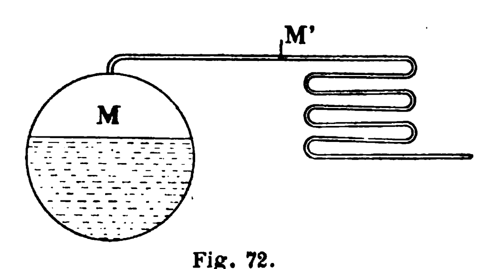


Fig. 72.

considérable était déjà acquise ; il a même été annoncé, par suite de calculs établis dans ces conditions, qu'on pouvait arriver à *créer* de la chaleur dans une expérience de ce genre. En écrivant correctement l'équation de l'équivalence d'un état de repos à un autre état de repos, on évitera toute erreur de cette nature.

Pour donner, en terminant, une idée des inexactitudes qu'on peut commettre en ne tenant pas compte, quand il y a lieu, de la variation de force vive qu'éprouve la vapeur, il suffit de rappeler que, pour 1 kil. de ce fluide, on a (§ 118)

$$\frac{\frac{1}{2}\Sigma\, m\, V^2}{E} = 0{,}00012\, V^2$$

et que, si pour V = 60 m. le résultat obtenu est négligeable, il n'en est plus de même pour V = 400 m. par exemple, puisque alors

$$\frac{\frac{1}{2}\Sigma m V^2}{E} = 19 \text{ calories}$$

C'est là un point qui ne doit jamais être perdu de vue dans les expériences qui servent à mesurer le degré de siccité de la vapeur fournie par une chaudière à la machine motrice qu'elle alimente : comme cela résulte de tout ce qui précède, la formule habituellement employée (et établie en dehors de toute théorie de thermodynamique) est susceptible de donner des résultats suffisamment approchés, à condition que la température et la pression de la vapeur soient mesurées avant son entrée dans le tuyau de petit diamètre qui aboutit au calorimètre, et que la force vive du fluide condensé s'éteigne dans l'appareil lui-même.

§ 123. — Expression de dQ' en fonction de dQ.

Considérons une transformation irréversible, avec augmentation de volume par exemple, et supposons tracées les courbes ϖ_1 et ϖ_2 qui ont été définies au paragraphe 104 (fig. 73). Comme on l'a vu (§ 105), on a pour une transformation infiniment petite

$$dQ' = dU + \frac{1}{E}\varpi_1\, dv$$

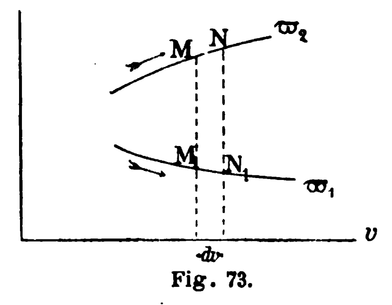


Fig. 73.

dU étant, comme nous l'avons dit, relatif à la courbe ϖ_2, c'est-à-dire au trajet MN.

D'autre part, si on appelle dQ la quantité de chaleur nécessaire pour opérer la transformation *réversible* MN, on a suivant la formule connue

$$dQ = dU + \frac{1}{E}\varpi_2\, dv$$

et par conséquent

$$dQ' = dQ - \frac{1}{E}(\varpi_2 - \varpi_1)\, dv$$

Or nous avons vu que quand dv est > 0 (cas de la détente) $\varpi_2 - \varpi_1$ est positif ; on a donc

$$dQ' < dQ$$

et cela quels que soient les signes des quantités ci-dessus. En d'autres termes et dans les conditions où nous nous sommes placés, le corps absorbe moins de calories et en perd de même davantage lorsque la transformation n'est pas réversible.

Si dv est < 0 (cas de la compression), nous avons vu que ϖ_2 est $< \varpi_1$ de sorte qu'on a encore $dQ' < dQ$ et la conclusion ci-dessus ne cesse pas d'être exacte.

§ 124. — **Théorème de Clausius,** $\int \frac{dQ'}{T} < \int \frac{dQ}{T}$

Soient A et B deux états de repos du corps évoluant : imaginons qu'on passe séparément de l'un à l'autre, de A à B, d'abord par une transformation irréversible, puis par une transformation réversible. A tout instant des deux opérations on a

$$dQ' < dQ$$

et par suite, en désignant toujours par T la température *fictive* qui serait obtenue par un repos purement idéal du corps, on a à chaque moment

$$\frac{dQ'}{T} < \frac{dQ}{T}$$

et par conséquent pour l'ensemble de l'opération

$$\int \frac{dQ'}{T} < \int \frac{dQ}{T}$$

$\int \frac{dQ'}{T}$, qu'il serait plus rationnel d'écrire $\Sigma \frac{dQ'}{T}$ (c'est-à-dire limite $\Sigma \frac{\Delta Q'}{T}$ quand $\Delta Q'$ tend vers zéro), n'est en aucune façon une fonction de p et de v ;

c'est une simple somme numérique qui, pour des états extrêmes donnés A et B, varie avec la nature de l'opération ; $\int \frac{dQ}{T}$ est au contraire une fonction réellement existante de p et de v, nommée entropie, qui ne dépend que de l'état initial et de l'état final, et éprouve de l'un à l'autre le même accroissement quelle que soit la transformation *réversible* qui se produit (§ 36).

Dans le cas particulier où on a à tout instant $dQ' = 0$, c'est-à-dire où la transformation irréversible considérée se produit dans une enceinte imperméable à la chaleur, on a forcément

$$\int \frac{dQ}{T} > 0$$

Une fois le corps évoluant revenu au repos comme il l'était au départ, la fonction de p et de v appelée entropie, $\int \frac{dQ}{T}$, a donc augmenté. Nous en avons vu un exemple dans l'expérience de Joule (§ 103).

La relation $\int \frac{dQ'}{T} < \int \frac{dQ}{T}$ constitue ce théorème dû à Clausius : quand un corps passe d'un état à un autre, la somme $\int \frac{dQ}{T}$ est maximum quand l'opération est réversible. Il va sans dire que, dans l'explication qui précède, nous avons, comme toujours, supposé qu'il n'intervient dans les opérations considérées aucun phénomène chimique, magnétique ou électrique.

§ 125. — $\int \frac{dQ'}{T}$ est <0 pour un cycle fermé irréversible.

Si le corps, après une série quelconque d'opérations en partie ou en totalité irréversibles, revient à son état initial, la courbe ϖ_2 est fermée et constitue un cycle fermé réversible de sorte qu'on a alors (§ 34)

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

et par conséquent

$$\int \frac{dQ'}{T} < 0$$

relation qui a donné lieu à de nombreuses controverses ; il est juste d'a-

jouter que Clausius lui a donné un sens plus large que nous ne l'avons fait, et qu'il a entendu l'appliquer à l'ensemble de tous les phénomènes qui se produisent dans l'univers.

§ 126. — Signification physique de la relation $\int \frac{dQ'}{T} < 0$ relative à un cycle fermé irréversible.

Considérons un corps qui revient à son état initial après une série quelconque de transformations en partie irréversibles, et supposons tracée la courbe ϖ_2 qui constitue, comme nous l'avons déjà dit, un cycle réversible (fig. 74).

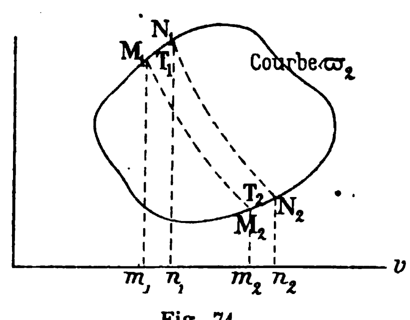


Fig. 74.

Soient $M_1 M_2$, $N_1 N_2$ deux adiabatiques infiniment voisines interceptant deux portions de courbes M_1N_1, M_2N_2 auxquelles correspondent les températures fictives T_1 et T_2 et les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 relatives, comme tout à l'heure, au trajet fictif ϖ_2, la première étant *reçue* par le corps, la seconde *abandonnée* par lui et *toutes les deux étant prises positivement* avec leurs valeurs absolues. On sait qu'on a (§ 22)

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Désignons maintenant par Q'_1 et Q'_2 les quantités de chaleur réellement reçues et abandonnées par le corps pendant les périodes $m_1 n_1$, $m_2 n_2$ de sa transformation irréversible, on a (§ 123)

$$Q'_1 < Q_1$$

$$Q'_2 > Q_2$$

et par suite

$$\frac{Q'_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} < 0$$

c'est précisément ce qu'exprime pour l'ensemble de la transformation considérée la relation

$$\int \frac{dQ'}{T} < 0$$

Or écrire

$$\frac{Q'_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} < 0$$

c'est identiquement affirmer que

$$\frac{Q'_1 - Q'_2}{Q'_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ou

$$\frac{Q'_1 - Q'_2}{Q'_1} < \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

ou bien encore que la fraction de chaleur convertie en travail est moindre dans un cycle irréversible que dans un cycle réversible. En d'autres termes et toutes les circonstances étant les mêmes par ailleurs, réversibilité et maximum de rendement sont deux choses qui marchent de pair ; tel est le phénomène capital qu'exprime la relation $\int \frac{dQ'}{T} < 0$. Nous étions déjà parvenu à le constater (§ 29), en nous basant d'ailleurs, comme ici, sur le postulatum de Clausius, mais nous ne saurions trop insister sur l'importance de premier ordre que présente ce fait au point de vue de la théorie aussi bien qu'à celui de la pratique.

SIXIÈME PARTIE

SUITE DE L'APPLICATION DE LA THERMODYNAMIQUE AUX MACHINES A VAPEUR.

§ 127. — **Influence de la force vive de la vapeur dans les machines en mouvement.**

En nous occupant des pompes à comprimer les gaz, nous avons eu déjà l'occasion de reconnaître (§§ 108 et 111) que la vitesse du fluide dans les cylindres est assez faible pour que la force vive qui en résulte soit négligeable ; le même fait se produit pour la vapeur agissant comme moteur sur les pistons de nos appareils industriels (§ 118). En plaçant un indicateur de Watt en un point du cylindre proprement dit, on obtient une pression qu'on peut considérer comme représentant celle qu'on constaterait dans toute la masse si le mouvement se trouvait subitement arrêté. Dans le cas actuel, comme dans celui des phénomènes réversibles, on peut ainsi continuer à parler de la pression et par suite de la température de la vapeur humide contenue à un moment donné dans un cylindre à vapeur. En outre, l'aire $\int p\,dv$ relevée sur la courbe d'indicateur donne réellement la valeur du travail développé par le fluide moteur. Comme on le sait, celui-ci est employé à surmonter un certain travail extérieur et à augmenter, pendant la période considérée, la force vive des mécanismes en mouvement ; cette dernière repasse d'ailleurs périodiquement par les mêmes valeurs quand le moteur a pris une allure normale, de sorte qu'en définitive le relevé des courbes d'indicateur nous permet bien de mesurer la valeur du travail extérieur, en y comprenant, bien entendu, les résistances passives de toute nature qui se produisent.

Nous ajouterons que, comme nous l'avons déjà vu (§ 118), la force vive acquise par la vapeur est négligeable, ou à peu près, quand il s'agit non seulement de la vitesse qu'elle peut acquérir en ayant le même mouvement que les pistons, mais encore de celle qui lui est communiquée dans les tuyaux d'arrivée ou d'évacuation de nos moteurs, lorsque ceux-ci sont installés dans de bonnes conditions . en écrivant l'équation de l'*équivalence*, comme nous le ferons prochainement dans l'étude des phénomènes thermiques des appareils industriels (§ 132), nous n'aurons donc pas à nous préoccuper de la force vive du fluide évoluant, ou du moins le terme auquel celle-ci donnerait lieu peut être laissé de côté sans inconvénient.

§ 128. — **Etude du cycle de la vapeur dans les machines à vapeur.**

Supposons que nous ayons d'abord affaire à une machine à allure très lente, à peu près comme celle des anciens navires à roues, et admettons pour le moment (ce qui est contraire à la réalité) que les cylindres soient imperméables à la chaleur : voyons quel est dans ces conditions le cycle décrit par la vapeur, généralement humide, que fournit la chaudière.

Pendant la période d'admission de A en B (fig. 75), on a (grâce à l'afflux de la vapeur qui s'est formée dans la chaudière par la communication d'un certain nombre de calories, § 71) une pression constante ou peu s'en faut, ce qui donne l'une des isothermes du cycle de Carnot; la pression dans le cylindre étant d'ailleurs peu inférieure à celle de l'appareil évaporatoire en raison de la lenteur du mouvement, il n'y a qu'une chute assez faible et on ne s'écarte que légèrement des conditions de réversibilité. En B commence la détente que, pour l'instant, nous supposons (quoique à tort du reste) être adiabatique ; il est à remarquer que, au lieu de se prolonger jusqu'en D' comme dans le cycle de Carnot, elle s'arrêtera

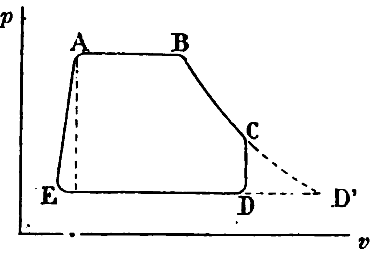


Fig. 75.

dans la pratique bien auparavant, en C par exemple (afin que le volume du cylindre ne soit pas trop considérable et pour d'autres raisons encore). De C en D, il y a une chute brusque et notable; la réversibilité est rompue d'une manière sensible. Au point D la pression est établie, ou à peu près, avec le condenseur, et l'évolution se continue sensiblement suivant une isotherme en ne s'éloignant pas beaucoup des conditions de réversibilité, puisque la contrepression dans le cylindre n'est que légèrement supérieure à la force élastique du fluide contenu dans le condenseur. Enfin, quand la période d'évacuation est terminée, le peu de vapeur qui reste dans le cylindre est comprimé par le piston moteur (plus ou moins suivant la régulation), mais ce n'est là qu'une très faible partie de celle qui a été fournie par l'appareil évaporatoire, et la presque totalité de cette dernière est prise, sous forme liquide, par la pompe alimentaire et refoulée dans la chaudière où elle s'échauffe en augmentant très légèrement de volume, jusqu'à ce qu'elle atteigne, au point A, la température de vaporisation. Comme on le voit, la courbe figurative E A, qui correspond à cette dernière période de la transformation, est absolument différente de la seconde adiabatique du cycle de Carnot : pour réaliser cette dernière il faudrait évidemment comprimer, sans échange de chaleur, la vapeur et l'eau condensée jusqu'à ce que leur température fût égale à celle de la vapeur d'admission pour aboutir de cette façon au point figuratif A [1]; or ce n'est pas du tout ce qui a lieu.

Si, du moteur que nous venons de considérer, nous passons aux appareils actuellement en usage, nous voyons de suite que, dans certains d'entre eux au moins, la différence avec le cycle de Carnot s'accentue notablement. En raison de l'allure rapide de la machine, de la surface relativement restreinte des orifices d'arrivée de vapeur et des étranglements résultant de l'emploi de tiroirs, la ligne AB cesse d'être une isotherme (fig. 76) : la pression en A, notablement plus faible déjà que celle de la chaudière, continue encore à baisser, et cela d'une manière sensible (à moins qu'on n'ait recours à des distributeurs du genre Corliss bien proportionnés). En outre il se produit entre le fluide moteur et les parois métalliques un échange de chaleur qui est loin d'être sans importance, et dont l'existence,

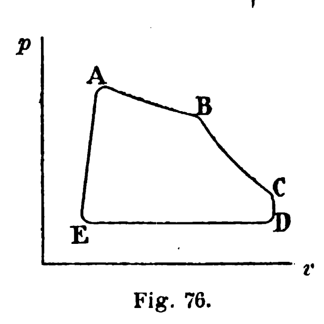


Fig. 76.

(1) Voir la *Mécanique industrielle* de Pochet, page 64.

nettement mise en évidence par Hirn, est maintenant absolument hors de doute (1) : la surface intérieure du cylindre, l'une des faces du piston et les conduits de vapeur, fortement refroidis pendant l'évacuation, donnent lieu à une condensation notable du fluide affluent, à moins que celui-ci ne soit très surchauffé, et on constate de ce fait une disparition de vapeur qui s'élève à 5, 10, 20, 30, 40 °/₀ et même parfois davantage quand on ne se trouve pas dans de bonnes conditions.

En B commence la détente, qui n'est pas adiabatique et au cours de laquelle des échanges de chaleur continuent à avoir lieu entre la vapeur et les parois. Comme nous le verrons bientôt (§ 133), les effets qui se produisent pendant cette période sont assez complexes, et le plus souvent ils se résument en une vaporisation partielle de l'eau précédemment déposée sur les surfaces métalliques ; c'est de ce fait que résulte le relèvement de la courbe de détente au-dessus de l'adiabatique et même de l'hyperbole équilatère de Mariotte, comme nous l'avons précédemment fait connaître (§ 97).

En CD a lieu la chute brusque de pression déjà mentionnée, après quoi se produit l'évolution DE à une pression un peu supérieure à celle du condenseur. Les échanges de chaleur se continuent évidemment pendant cette période, et ils ont à ce moment un résultat désastreux au point de vue de l'économie du combustible : l'eau précédemment déposée sur les parois entre en effet vivement en ébullition par suite de la diminution notable de pression, et elle refroidit ainsi considérablement les surfaces intérieures qui donneront lieu, pendant l'admission suivante, à une condensation de la vapeur affluente, après quoi les mêmes phénomènes se reproduiront indéfiniment. Il résulte évidemment de là *une perte ou refroidissement au condenseur* (sans aucun travail utile) d'une portion importante du calorique communiqué à la vapeur dans l'appareil évaporatoire, et, sous le rapport du charbon dépensé, le résultat est le même que si on avait une fuite directe de la chaudière au condenseur.

(1) Cette influence des parois avait été constatée *expérimentalement* en 1850, bien avant les premiers essais de Hirn, par Reech, Ingénieur de la Marine, Directeur de l'École d'Application du Génie Maritime : les expériences faites par Reech et la Commission dont il était Président et Rapporteur, étaient relatives à la machine à chloroforme du système Lafont. Nous donnons à la fin de ce volume un extrait du rapport où se trouve exposé de la façon la plus claire le rôle des parois, et qui est resté à peu près inconnu, ainsi que beaucoup d'autres travaux du même ingénieur. Pour la partie historique de la question des échanges de chaleur et la part qui revient à Thomas et à Combes, on pourra consulter la *Revue universelle des Mines*, année 1880, tome VIII, page 587.

C'est en raison des phénomènes complexes et fort difficiles à chiffrer dont nous venons de parler, que la thermodynamique proprement dite est impuissante, jusqu'ici du moins, à *prédire* ce qui se passera exactement dans une machine à vapeur donnée; pour les appareils à détentes successives en particulier, il semble au premier abord que, en raison des chutes de pression d'un cylindre à l'autre (chutes qui altèrent la réversibilité), on doive se trouver dans de mauvaises conditions économiques. Telle est en effet l'opinion qui a été émise par des ingénieurs éminents lors de la réapparition du système Woolf et de son emploi dans la marine militaire. Sans aucun doute il est vrai, ces chutes rompent la réversibilité, et, sous ce rapport, elles sont désavantageuses; mais il se trouve d'autre part que, par suite de la moindre influence des parois, le gain qu'on réalise dépasse beaucoup la perte subie. Celle-ci existe cependant, et c'est là l'une des raisons pour lesquelles les types Corliss à introduction directe, établis dans certaines conditions, sont aussi économiques que les meilleures machines à détentes successives. Il ne faudrait pas d'ailleurs s'exagérer l'importance de la perte en question: quand un fluide se détend *sans produire de travail* (et sans recevoir ni abandonner de calorique), son énergie ne diminue en aucune façon; seulement, comme nous l'avons dit (§ 33), elle devient en quelque sorte d'une *qualité inférieure*, c'est-à-dire que, *toutes choses égales d'ailleurs*, nous ne sommes plus capables d'en tirer un aussi bon parti. Dans le cas de la vapeur d'eau, il convient du reste d'ajouter qu'elle se sèche (1) par suite du phénomène en question (§§ 117 et 141), et c'est là une modification avantageuse qui contrebalance, dans une certaine mesure, la diminution de *qualité* d'un autre genre dont nous venons de parler.

Une remarque de la nature de la précédente n'est, on le comprend facilement, applicable en aucune façon à la *perte ou refroidissement au condenseur* mentionné tout à l'heure; celle-ci constitue un déchet complet, absolu, dont l'influence est des plus fâcheuses et dont la diminution (sans arriver jusqu'à la suppression) a donné des résultats extrêmement remarquables dans les appareils actuellement adoptés dans toutes les marines militaires. Il y a là deux catégories de pertes absolument différentes les unes des autres, qu'il faut bien se garder de confondre et dont l'importance relative n'est en aucune façon comparable.

(1) Dans la pratique cet effet est très limité et ne produit que des résultats peu appréciables (§ 141).

Comme cela résulte des explications qui précèdent, le cycle décrit par la vapeur dans les appareils de l'industrie diffère sensiblement de celui de Carnot, et il n'y a pas lieu dès lors de s'étonner que le nombre de calories transformées en travail mécanique ne soit pas égal à $Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ comme au paragraphe 86. Espérer ne dépenser, ou à peu près, que le nombre de kilogrammes de vapeur calculé d'après le rendement ci-dessus (§§ 87 et 98), c'est méconnaître absolument la nature véritable des choses et confondre les machines réelles avec un idéal dont l'étude théorique présente un intérêt capital et dont on peut essayer de se rapprocher, mais qui, en raison même de sa perfection, n'a pas été réalisé et ne saurait jamais l'être. Des erreurs sont fréquemment commises à ce sujet; nous les avons d'ailleurs déjà signalées (§ 30).

Si nos appareils actuels à vapeur d'eau ne réalisent pas le type parfait et du reste inaccessible de Carnot, il ne faut pas croire cependant que ce soient, comme on l'a dit parfois, des engins grossiers auxquels il faut se hâter de trouver des successeurs. Comme nous l'avons vu (§ 98), une machine où serait réalisé le cycle en question dépenserait 4 k.,23 de vapeur d'eau sèche par heure et par cheval, en évoluant entre 184°,5 (soit 10 atmosphères de pression effective) et 40° (température du condenseur); dans ces mêmes conditions, il existe actuellement des appareils qui (à raison de 8 kg.,5 d'eau évaporés par kilogramme de houille et de 0 k. 750 de charbon par heure et par cheval) ne consomment guère que 6 k.,38 de vapeur; on obtient donc ainsi les $\frac{4,23}{6,38} = 0,66$ du maximum pratiquement réalisable. C'est là un chiffre qui ne justifie en aucune façon les critiques dont nous venons de parler; le rendement des engins, quels qu'ils soient, que nous employons n'est souvent pas plus élevé, et bien des fois il l'est sensiblement moins. Après ces observations, on comprendra facilement que la machine à vapeur d'eau occupe un rang fort honorable parmi les moteurs thermiques actuels qui, pour la plupart d'ailleurs, s'écartent beaucoup plus des conditions permettant d'atteindre le rendement maximum, c'est-à-dire de convertir en travail le plus grand nombre possible des calories communiquées par la source chaude au corps évoluant.

§ 129. — Machines à vapeur combinées ou à deux liquides.

La chute brusque de pression qui se produit en CD dans le cycle décrit par la vapeur donne lieu à une diminution de rendement (fig. 77),

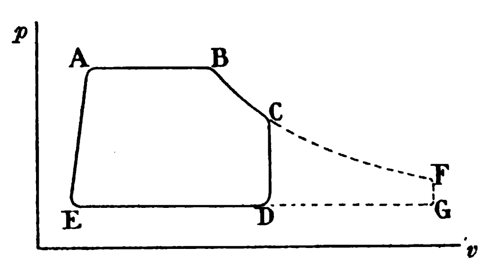


Fig. 77.

parce que un certain nombre de calories qui seraient encore susceptibles de fournir du travail moteur sont envoyées en pure perte au condenseur. Si la chute CD est considérable, on pourra essayer d'améliorer cet état de choses, en se servant du calorique ainsi perdu pour faire fonctionner une seconde chaudière et une seconde machine alimentées par un liquide plus volatil que l'eau, c'est-à-dire entrant en ébullition à une température plus basse, l'éther, le chloroforme, le sulfure de carbone par exemple. Il est bien clair que, si la chute CD est très forte, ce dispositif est susceptible de donner de bons résultats en permettant d'utiliser du calorique qui, sans cela, resterait sans profit; mais il est non moins évident qu'un remède beaucoup plus simple consiste à laisser la vapeur d'eau se détendre au delà de CD jusqu'en FG par exemple, en ayant recours à un cylindre d'une plus grande longueur; on se rapprochera ainsi, autant que possible, du cycle de Carnot, qui donne le maximum de rendement comme nous l'avons vu. Comme conclusion, nous voyons donc que, sauf les phénomènes accessoires dont nous allons parler tout à l'heure, le système des machines à vapeur combinées n'est susceptible de donner de bons résultats économiques que si on l'installe sur un moteur se trouvant dans de mauvaises conditions; c'est là d'ailleurs une remarque qui est applicable dans bien d'autres circonstances.

En prônant les machines à liquides volatils, beaucoup de personnes y attachaient et y attachent encore une autre idée, celle de retirer un prétendu bénéfice de la diminution de ce qu'on appelait autrefois « la

chaleur latente » de vaporisation. D'après tout ce que nous avons vu, cette expression de chaleur *latente*, prise au pied de la lettre, n'a pas de sens : ce qui cesse d'être de la chaleur sensible, appréciable au thermomètre et qui ne donne pas lieu cependant à du travail extérieur, produit un travail moléculaire qui est susceptible d'être utilisé plus tard et l'est effectivement. C'est précisément même à la consommation d'une partie de ce dernier qu'est due, pendant la détente, l'apparition d'un travail extérieur qui permet d'avoir, pour une même puissance développée, un moteur à vapeur beaucoup moins volumineux que ne le serait une machine à air chaud, ou en général un appareil dans lequel le fluide évoluant ne donnerait lieu qu'à des travaux moléculaires faibles ou même nuls. Comme nous l'avons déjà dit (§ 24), si on ne voulait pas employer l'eau, il conviendrait d'avoir recours non pas à des corps tels que l'éther ou le chloroforme, mais à un liquide *moins volatil* permettant, sans l'emploi de pressions exagérées, de réaliser une plus grande chute de température et par suite d'avoir un rendement plus élevé.

Les machines à deux liquides et en particulier celles à éther de du Trembley ont été l'objet d'applications assez nombreuses dont quelques-unes ont été faites sur une grande échelle, et elles ont donné, au moins dans certains cas et pour des raisons que nous allons indiquer, des économies de 30 pour cent sur les moteurs à vapeur d'eau de l'époque [1]. Le point de vaporisation et par suite de condensation de l'éther étant inférieur à celui de l'eau, la température T_2 du condenseur pouvait s'abaisser jusqu'à 25° ou 30° au lieu de 40°, ce qui occasionnait une augmentation du rapport $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$; mais le bénéfice ainsi obtenu devait certainement être compensé par la diminution de rendement résultant forcément de l'emploi d'un nouvel engin auxiliaire ; le seul avantage réel était celui de l'emploi d'une pression assez élevée pour l'époque (3 à 4 atmosphères) avec le *fractionnement de la détente* dans deux cylindres. Le moteur de du Trembley était une véritable machine à détentes successives réalisées d'ailleurs dans d'assez bonnes conditions, et il n'y a pas lieu de s'étonner qu'elle ait donné, à l'époque où elle a paru, une économie de combustible qu'on obtient maintenant avec un seul liquide en faisant usage de plusieurs cylindres dans lesquels agit successivement la vapeur.

(1) On pourra consulter à ce sujet une note intéressante de M. Stapfer, publiée dans le 8e volume du *Bulletin de la Société Industrielle de Marseille*, pages 17 et 187.

§ 130. — Différence entre le cycle thermique et le diagramme relevé avec l'indicateur de Watt.

On confond parfois le cycle thermique dont nous avons longuement parlé avec le diagramme relevé à l'aide de l'indicateur de Watt ; ce sont là deux choses distinctes : en particulier la période de refoulement dans le diagramme est due à la compression d'un certain poids de vapeur qui n'est pas du tout celui qui a été introduit pendant l'admission et a subi l'évolution thermique que nous avons étudiée ; une grande partie de ce dernier a été en effet transportée au condenseur où elle s'est liquéfiée. Il convient en outre de remarquer que le poids du fluide qui se détend n'est pas celui qui correspond à la quantité fournie à chaque coup de piston par la chaudière et subissant la transformation thermique, mais bien à ce poids augmenté de celui que contiennent le cylindre et l'*espace mort* au commencement de la période de refoulement (§ 138). Il nous paraît inutile d'insister plus longuement sur les différences que nous venons seulement d'indiquer.

131. — Rendement réel ou pratique d'un moteur thermique.

Si on appelle t_1 et t_2 les températures de la source chaude et de la source froide du moteur (la chaudière et le condenseur par exemple), la thermodynamique montre que, pour une calorie communiquée au corps évoluant, on ne peut obtenir au plus, dans une machine parfaite, que

$$425 \frac{t_1 - t_2}{273 + t_1}^{\text{kgm}}$$

C'est ce qu'on réaliserait théoriquement avec le cycle de Carnot ou un cycle équivalent (§ 27) ; mais bien souvent, par suite de raisons diverses, on se voit forcé de faire évoluer le corps d'une façon différente, et *théoriquement* on ne recueille alors que

$$M^{\text{kgm}} = 425 \frac{t_1 - t_2}{273 + t_1} \alpha$$

α étant une fraction plus petite que l'unité, qui mesure la valeur théo-

rique du cycle adopté. Il est bien clair d'ailleurs que dans la pratique, par suite des défectuosités forcées de tout engin mécanique et de circonstances diverses, on ne peut réaliser que d'une manière imparfaite ce qui a été théoriquement conçu, de sorte qu'on n'obtient pour le travail mesuré sur les pistons (au moyen de l'indicateur de Watt) qu'un nombre M' de kilogrammètres notablement inférieur à M et si l'on pose

$$\beta = \frac{M'}{M}$$

on en déduit

$$M' = 425 \frac{t_1 - t_2}{273 + t_1} \alpha \beta$$

β étant < 1.

Il y a lieu enfin de remarquer que le *travail M'' disponible sur l'arbre* (et mesuré au frein) est encore inférieur à M', de sorte qu'en désignant par γ un troisième coefficient numérique inférieur à 1, on a

$$\gamma = \frac{M''}{M'}$$

$$M'' = 425 \frac{t_1 - t_2}{273 + t_1} \alpha \beta \gamma$$

Or, en définitive, la seule chose qui intéresse le praticien au point de vue du rendement, c'est d'avoir pour M'', c'est-à-dire pour le produit des quatre facteurs

$$\frac{t_1 - t_2}{273 + t_1} \times \alpha \times \beta \times \gamma$$

un nombre aussi grand que possible. Il est bien clair que, si l'on peut augmenter l'un d'entre eux sans diminuer le produit des trois autres, il y a tout intérêt à le faire ; mais en réalité une modification apportée d'un côté se fera sentir presque toujours sur les autres coefficients : en particulier un appareil théoriquement moins avantageux pourra mieux se prêter à une bonne réalisation pratique et donner en définitive un meilleur rendement. Tel est le cas qui se présente pour les moteurs à air chaud dans lesquels le rapport $\frac{t_1 - t_2}{273 + t_1}$ a une valeur beaucoup plus élevée que dans les machines à vapeur, mais où cet avantage est plus

que compensé par la faiblesse relative des coefficients α et β. De même, dans les moteurs à vapeur, il y a intérêt à commencer l'évacuation avant que la pression du fluide détendu ne soit tombée au niveau de celle du condenseur ; sans aucun doute on rompt ainsi de parti pris la réversibilité, mais ce défaut est plus que racheté par d'autres avantages. Un exemple plus frappant encore nous est fourni par les machines à détentes successives dans lesquelles les chutes de pression d'un cylindre à l'autre altèrent la réversibilité d'une manière très sensible ; en revanche il se trouve d'autre part que les pertes de chaleur dues à l'influence des parois sont beaucoup moindres. Les exemples de ce genre pourraient être notablement multipliés, mais il est inutile d'insister plus longuement sur ce sujet.

§ 132. — Calculs thermiques à effectuer sur les machines à vapeur (Echanges de chaleur entre la vapeur et les parois du cylindre).

D'après tout ce qui a été dit précédemment, nous savons qu'il est impossible, dans l'état actuel de nos connaissances, de calculer par avance et d'une manière exacte les phénomènes thermiques qui se produisent dans un moteur à vapeur ; la seule chose que nous puissions faire, c'est d'être spectateurs de ce qui se passe et, après l'avoir constaté et chiffré dans une machine existante, de tâcher de faire mieux dans les machines futures. Comme nous allons le voir, ce rôle ne laisse pas d'ailleurs d'être assez délicat et d'exiger des observations longues et difficiles ; c'est à Hirn et à ses collaborateurs, et en particulier à Leloutre et Hallauer, qu'on est redevable des premiers essais complets qui aient été faits à ce sujet, et c'est grâce à leur remarquable méthode d'investigation, complétée par les travaux de M. Dwelshauvers-Dery, professeur à l'Université de Liège, qu'il est sinon facile, du moins possible de se rendre compte de détails aussi complexes qu'importants dont l'influence est considérable sur la bonne utilisation du combustible (1). Pour faciliter les explications, nous supposerons d'abord qu'il s'agit d'un cylindre recevant sa vapeur directement de la chaudière et l'évacuant dans un condenseur à surface.

(1) On trouvera dans les *Bulletins de la Société Industrielle de Mulhouse* des comptes rendus des principaux essais alsaciens et des travaux auxquels ils ont donné lieu. Des tirages à part en ont été publiés par la librairie Gauthier-Villars.

On a soin, par un *jaugeage* de l'eau d'alimentation effectué au sortir de la bâche (1), de déterminer le poids ϖ de l'eau condensée par coup de piston ; une expérience calorimétrique effectuée sur la vapeur prise dans le tuyau d'arrivée permet en outre de savoir que le poids ϖ du fluide fourni au cylindre se compose de $m\varpi$ kil. de vapeur et de $(1 - m)\,\varpi$ kil. d'eau, le tout à une pression connue et à une température t mesurées sur le tuyau en question. Comme cas particulier il pourra arriver que la vapeur soit sèche ($m = 1$), ou même surchauffée.

Ces données expérimentales étant en notre possession ainsi que le diagramme fourni par l'indicateur de Watt, les dimensions du cylindre et le volume de ses espaces morts, il ne reste plus qu'à procéder aux calculs thermiques dont nous venons de parler. Une remarque préliminaire est cependant nécessaire au sujet du diagramme en question : la vapeur étant en effet en mouvement dans le cylindre, on peut se demander s'il n'y a pas lieu de s'occuper de sa force vive ; mais nous avons vu (§ 127) que l'influence de cette dernière est négligeable. Ce premier point une fois écarté, il reste encore à tenir compte de ce fait que, les parois métalliques n'étant pas à tout instant à la même température que la vapeur, il doit en résulter pour celle-ci un défaut d'homogénéité susceptible de fausser les résultats. A cet égard il convient de remarquer que le brassage, auquel le fluide se trouve soumis en vertu même de son mouvement, doit évidemment avoir pour effet de rétablir ou à peu près l'homogénéité en question ; quand de la vapeur se condense, elle produit d'ailleurs immédiatement un vide où se précipitent tumultueusement les parties voisines ; enfin la pratique montre qu'un indicateur placé en différents points du cylindre proprement dit donne les mêmes courbes. Pour ces diverses raisons, il est légitime d'admettre que la pression relevée à un moment quelconque sur un diagramme peut être regardée comme étant sensiblement celle qui conviendrait à toute la masse revenue au repos, et nous pourrons par suite continuer à parler de la température et de la pression du fluide contenu à un instant donné et sous un volume connu dans le cylindre de la machine à vapeur.

Ceci posé, considérons sur le diagramme relevé avec l'indicateur de

(1) La méthode d'essais adoptée en France dans la Marine militaire est due à M. Risbec, Ingénieur de la Marine, actuellement Directeur des Ateliers des Messageries Maritimes à La Ciotat ; on la trouvera décrite dans le *Traité des Machines marines* de M. Bienaymé, Directeur des Constructions navales. Elle a été appliquée avec succès à diverses reprises et en particulier par M. l'Ingénieur de la marine de Montchoisy à bord du *Nielly* et du *d'Estaing*. (*Mémorial du Génie Maritime*, 5e livraison, 1883).

Watt quatre points 1, 2, 3, 4 situés de la manière suivante (fig. 78) :

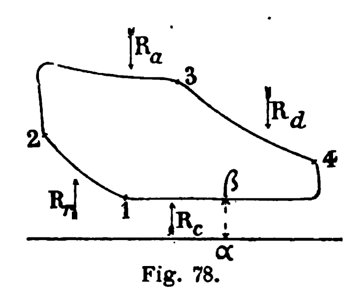


Fig. 78.

le point 1, un peu *après* la fermeture à l'évacuation,
le point 2, un peu *avant* le commencement de l'ouverture à l'admission,
le point 3, un peu *après* la fermeture à l'admission,
le point 4, un peu *avant* l'ouverture à l'évacuation.

Nous allons étudier successivement les quatre périodes ainsi déterminées.

Appelons R_a, R_d, R_c, R_r le nombre de calories (*positif ou négatif*) *cédé par les parois à la vapeur* pendant l'admission, la détente, l'évacuation et la compression ou refoulement ; ces diverses quantités nous sont inconnues, et c'est précisément leur calcul qui fait l'objet de la présente étude (1).

Désignons par $\mathfrak{T}_a$, $\mathfrak{T}_d$, $\mathfrak{T}_c$, $\mathfrak{T}_r$ la valeur numérique du travail extérieur (moteur ou résistant) produit par la vapeur dans ces diverses périodes ; on les obtient immédiatement à l'aide du diagramme donné par l'indicateur de Watt (2) (fig. 79).

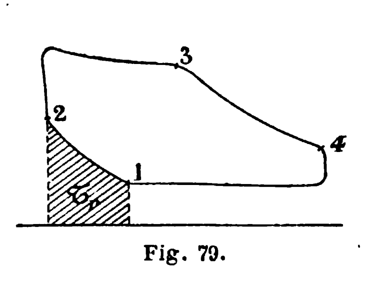


Fig. 79.

Nous allons commencer par calculer quelles sont les proportions, en eau et en vapeur, du fluide contenu dans le cylindre aux points 1, 2, 3, 4.

1° *Calcul des proportions m_1, m_2, m_3, m_4 de vapeur. Détermination du poids ϖ' du fluide contenu dans le cylindre au commencement de la période de refoulement.*

(1) Tout nombre positif représentera un gain pour la vapeur et une perte pour les parois ; l'inverse aura lieu pour des valeurs négatives de R_a, R_d, R_c, R_r.

(2) Comme on le sait, il faudrait en réalité associer la partie supérieure d'un diagramme avec la partie inférieure de celui qui est relevé à l'autre extrémité du cylindre ; nous supposons ici qu'ils sont identiques ou qu'on a pris une moyenne des deux.

Au moment où commence la période de compression, au point 1, une certaine quantité de vapeur se trouve emprisonnée dans le cylindre et les espaces morts. Il a été longuement discuté pour savoir si on peut à cet instant la considérer comme à peu près sèche ; sans entrer dans les diverses considérations relatives à ce sujet (1), nous nous bornerons à dire qu'il semble bien résulter des expériences de Hallauer qu'il est légitime d'agir ainsi (2) : si la siccité n'est pas complète à ce moment, il paraît certain du moins que, dans un moteur bien installé et en marche normale, la quantité de liquide qui reste alors dans le cylindre est minime et peut être laissée de côté ; nous prendrons donc $m_1 = 1$. D'autre part nous savons quel est le volume V_1 occupé par cette vapeur ainsi que sa pression (mesurée sur le diagramme) ; son poids ϖ' s'en déduit de suite à l'aide des tableaux numériques donnant la densité γ de la vapeur d'eau saturée sèche.

A la fin de la période 1 — 2, le poids du fluide est toujours ϖ' ; son volume est V_2 et sa pression se mesure sur le diagramme ; on peut donc calculer le poids de la vapeur *saturée sèche* qui serait nécessaire pour remplir V_2. Si ce poids est inférieur à ϖ', la vapeur est humide et la différence permet d'évaluer le degré de siccité m_2.

Au point 3 on a $\varpi + \varpi'^{kg}$ de fluide en jeu sous le volume V_3 et une pression connue ; on est donc à même d'apprécier comme tout à l'heure la proportion de vapeur m_3.

On opérera de même au point 4 où se trouvent toujours les $\varpi + \varpi'^{kg}$ de fluide.

Si, dans le cours des calculs, il arrive que le poids calculé de vapeur saturée sèche est supérieur à celui du fluide total (ϖ' ou $\varpi + \varpi'$ suivant le cas), on doit en conclure que celui-ci est surchauffé. Dans tous les cas son état est connu.

2° *Etude de la période 1 — 2.*

En 1 on a ϖ'^{kg} de vapeur sèche à la température connue t_1, qui pas-

(1) Voir « *les Machines marines* » par M. Bienaymé, Directeur des Constructions navales, page 130.

(2) Voir le *Bulletin de la Société Industrielle* de Mulhouse, année 1883, page 154. Nous devons cependant ajouter que cette opinion n'est pas universellement admise et quelques auteurs, parmi lesquels se trouve Zeuner, pensent au contraire qu'il reste constamment dans le cylindre une certaine quantité d'eau non seulement appréciable, mais encore suffisante pour expliquer tous les effets des parois. Il est hors de doute que cette dernière manière de voir est empreinte d'exagération et, tant que des expériences absolument décisives à ce sujet n'auront pas été faites, nous sommes d'avis que la supposition de Hirn et d'Hallauer est celle qui cadre le mieux avec tous les faits observés. Voir également à ce sujet le mémoire de M. Delafond inséré dans les *Annales des Mines*, année 1884, tome VI, pages 255 et 258.

sent à l'état t_2, m_2 en recevant R_r calories des parois, et produisent un travail *résistant* $\mathcal{T}_r$. L'équation de l'équivalence

$$\Delta Q = \Delta U + \frac{1}{E} \mathcal{T}$$

qui est applicable aux phénomènes réversibles ou non, à condition que les forces vives du fluide en jeu soient assez faibles pour être négligeables (ce qui est le cas § 127), donne

$$R_r = U_2 - U_1 - \frac{1}{E} \mathcal{T}_r$$

les chaleurs internes U_1 et U_2 étant connues d'ailleurs par les relations (§ 95)

$$U_1 = \varpi' \, (q_1 + \rho_1)$$

$$U_2 = \varpi' \, (q_2 + m_2 \rho_2)$$

3° *Etude de la période 2 — 3.*

Au point 2, en sus des ϖ'^{kg} existant à l'état t_2, m_2, on commence à introduire dans le cylindre (ou dans son annexe, la chaudière) ϖ^{kg} d'eau pris à la sortie du condenseur à une certaine température θ, de sorte que la chaleur interne du tout est alors (au point 2)

$$U'_2 = \varpi' \, (q_2 + m_2 \rho_2) + \varpi \, q_\theta = U_2 + \varpi \, q_\theta$$

Ces ϖ^{kg} d'alimentation sont alors chauffés jusqu'à $t°$ (température du tuyau d'arrivée de vapeur) et vaporisés à la pression correspondante, en produisant, comme nous le savons (§ 71), un certain travail extérieur qui est celui de la pleine introduction ; le nombre de calories Q qui leur est communiqué pendant cette opération est

$$Q = \varpi \, (q - q_\theta + mr)$$

expression facile à calculer [1]. Quant à la chaleur interne finale, elle est

$$U_3 = (\varpi + \varpi') \, (q_3 + m_3 \rho_3)$$

(1) Cette expression se met souvent sous la formule suivante (en remarquant que $r = \lambda - q$ et prenant $q = t$)

$$Q = \varpi \, [m \lambda + (1 - m) \, t - \theta]$$

λ étant la fonction $606,5 + 0,305 \, t$ dont nous avons parlé (§ 91).

et l'équation de l'équivalence prise de 2 à 3 donne

$$Q + R_a = U_3 - U'_2 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_a$$

ce qui peut s'écrire

$$Q + \varpi q_0 + R_a = U_3 - U_2 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_a$$

D'où

$$R_a = -(Q + \varpi q_0) + U_3 - U_2 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_a$$

ou bien

$$R_a = -\varpi(q + mr) + U_3 - U_2 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_a \text{ (1)}$$

Si la vapeur était surchauffée à t' degrés, il faudrait prendre (§§ 74 et 101).

$$Q = \varpi(q - q_0 + r) + 0{,}4805\,\varpi(t' - t)$$

ce qui donnerait

$$R_a = -\varpi[q + r + 0{,}4805(t' - t)] + U_3 - U_2 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_a$$

4° *Etude de la période 3 — 4.*

Après ce qui précède, on voit sans difficultés qu'on a pour cette période

$$U_4 = (\varpi + \varpi')(q_1 + m_4 \rho_4)$$

et

$$R_d = U_4 - U_3 + \frac{1}{E}\mathfrak{T}_d$$

5° *Etude de la période 4 — 1.*

L'étude de la période 4 — 1 se déduit immédiatement de ce qui précède : remarquons en effet d'abord que, si le cylindre était entouré d'une substance absolument imperméable à la chaleur, la somme *algébrique* des calories perdues (ou reçues) par les parois pendant chaque course du

(1) On prend souvent

$$\varpi(q + mr) = \varpi[m\lambda + (1 - m)t]$$

piston serait évidemment nulle une fois qu'un régime permanent de marche serait établi, c'est-à-dire qu'on aurait

$$R_a + R_d + R_c + R_r = 0$$

En réalité il ne peut en être ainsi, et, s'il y a d calories qui s'échappent au dehors par diverses causes de déperdition (rayonnement ou conductibilité) tandis qu'une enveloppe ou chemise de vapeur communique aux parois — e calories [1] dans le même temps, on a évidemment en faisant la somme algébrique des calories perdues par les parois

$$R_a + R_d + R_c + R_r + d + e = 0$$

En résumé les échanges de calorique (quantités positives ou négatives de chaleur *communiquées* ou *cédées* par les parois *au fluide moteur*) sont données par les équations suivantes

$$R_a = -\varpi (q + m\, r) + U_3 - U_2 + \frac{1}{E} \mathfrak{T}_a$$

$$R_d = U_1 - U_3 + \frac{1}{E} \mathfrak{T}_d$$

$$R_r = U_2 - U_1 - \frac{1}{E} \mathfrak{T}_r$$

$$R_c = -R_a - R_d - R_r - d - e$$

Ces diverses relations ont été établies pour la première fois, d'une manière complète, par M. Dwelshauvers-Dery.

Si l'on désigne par Q' le nombre de calories communiquées à l'eau de circulation, on remarquera que, en vertu de la relation d'équivalence, on a forcément

$$Q = Q' + \frac{1}{E} (\mathfrak{T}_a + \mathfrak{T}_d - \mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_r) + d + e$$

$$Q = Q' + \frac{1}{E} \mathfrak{T} + d + e$$

et le même principe appliqué entre les points 4 et 1 donne

$$-Q' + R_c = U'_1 - U_1 - \frac{1}{E} \mathfrak{T}_c$$

(1) La quantité e ainsi définie représente la valeur *algébrique* d'une *chaleur perdue* ou *cédée* par les parois ; elle est par conséquent *négative*, tandis que d est au contraire essentiellement positif.

U'_1 étant la chaleur interne : 1° des ϖ'^{kg} de vapeur sèche à $t_1°$, 2° des ϖ^{kg} d'eau condensée à 0° de sorte que

$$U'_1 = \varpi q_0 + \varpi' (q_1 + \rho_1) = \varpi q_0 + U_1$$

et par conséquent

$$R_c = Q' + \varpi q_0 + U_1 - U_1 - \frac{1}{E} \mathcal{T}_c$$

Dans ses divers essais, Hirn a mesuré directement Q' en jaugeant l'eau de circulation et en observant son élévation de température ; le produit des deux quantités ainsi obtenues est évidemment Q'. Inversement la connaissance de Q' déduite de la relation

$$Q' = Q - \frac{1}{E} \mathcal{T} - d - e$$

permet, au moyen d'une observation thermométrique, d'apprécier le débit de la pompe de circulation.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé qu'on a affaire à un condenseur à surface ; s'il s'agit au contraire d'un appareil à injection directe, on détermine le poids ϖ en jaugeant l'eau d'alimentation au moment de son entrée dans la chaudière ; un réservoir d'eau douce ayant la contenance voulue pour toute la durée de l'essai est alors nécessaire, et c'est là une complication sérieuse pour les appareils marins.

En faisant des calculs du genre de ceux que nous venons d'indiquer, on aura bien soin de ne pas perdre de vue que, en raison de la multiplicité des opérations et de la délicatesse de quelques-unes d'entre elles, on ne devra attacher d'importance réelle qu'aux résultats qui seront nettement accusés ; des circonstances accidentelles contre lesquelles on ne se sera pas suffisamment prémuni, des fuites de vapeur par exemple, peuvent être la cause de sérieuses perturbations, et il ne faudrait pas se hâter de croire qu'on a saisi un phénomène important, alors qu'on aurait simplement fait une erreur d'observation ou d'appréciation.

§ 133. — Exemple numérique du calcul des échanges de chaleur.

Pour mieux faire comprendre la méthode qui précède, nous en donne-

rons un exemple numérique relatif à un essai qui a été fait par Hirn le 8 septembre 1875 [1].

Température de la vapeur (saturée).		$t = 150°,8$
Poids ϖ du fluide employé par coup de piston. .	Vapeur. . .	$0^k,2604$
	Eau. . .	0 ,0030
	$\varpi =$	0 ,2634

Poids de vapeur et de liquide aux points 1, 2, 3, 4	Point 1 ϖ'	Vapeur. . .	$0^k,0043$
		Eau. . . .	»
	Point 2 ϖ'	Vapeur. . .	0 ,00187
		Eau. . . .	0 ,00243
	Point 3 $\varpi + \varpi'$	Vapeur. . .	0 ,16525
		Eau. . . .	0 ,10245
	Point 4 $\varpi + \varpi'$	Vapeur. . .	0 ,17028
		Eau. . . .	0, 09742

			cal.
Chaleur interne du fluide contenu dans le cylindre.	Point 1	$U_1 =$	2,54
	Point 2	$U_2 =$	1,32
	Point 3	$U_3 =$	114,77
	Point 4	$U_4 =$	109,29

		kgm		cal.
Travail mesuré sur le diagramme	$\mathfrak{T}_r =$	97,7	=	0,23
$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_a + \mathfrak{T}_d - \mathfrak{T}_c - \mathfrak{T}_r = 7977$ kgm. $= 18^{cal},77$	$\mathfrak{T}_a =$	3187,5	=	7,50
($107^{chev},8$)	$\mathfrak{T}_d =$	5822,5	=	13,70
	$\mathfrak{T}_c =$	935	=	2,20

		cal.	
Calories *cédées par les parois à la vapeur* . . .	$R_a =$	$- 49,41$	Somme totale = 0
	$R_d =$	$+ 8,22$	
	$R_c =$	$+ 39,92$	
	$R_r =$	$- 1,45$	
Perte de chaleur par conductibilité et rayonnement (Déperdition)	$d =$	$+ 2,72$	
Nombre de calories communiquées à l'eau d'alimentation pendant son passage à travers la chaudière.	$Q =$	$161^{cal},87$	
Nombre de calories communiquées à l'eau de circulation (obtenu par une opération de jaugeage) .	$Q' =$	$140^{cal},38$	

(1) Voir le *Bulletin de la Société de Mulhouse*, 1883, p. 93; on y trouvera également les résultats relatifs à plusieurs autres essais.

Répartition des 161^{cal},87 fournies par la chaudière à l'eau d'alimentation.	cal. 18,77	converties en travail extérieur qui est recueilli sur les pistons, déduction faite de la contre-pression à l'évacuation.
	140,38	envoyées au condenseur.
	2,72	perdues à l'extérieur.
	161,87	

Répartition des 49^{cal},41 et des 1^{cal},45 cédées par la vapeur aux parois pendant l'admission et le refoulement; 49,41 + 1,45 = 50,86	cal. 8,22	restituées à la vapeur pendant la détente.
	39,92	envoyées au condenseur.
	2,72	perdues à l'extérieur.
	50,86	

Le fait capital qui ressort de tous ces chiffres c'est que, pendant la période d'admission, il s'est produit une énorme condensation de la vapeur affluente : sur 0 k.,260 de vapeur fournis par la chaudière, nous n'en trouvons plus que 0 k.,165 à la fin de l'admission, ce qui constitue une disparition de 36 °/₀ (1), disparition qui n'est d'ailleurs nullement forcée et ne résulte pas, comme le rendement $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$, d'une nécessité matérielle inévitable. Il résulte de ce fait un abandon de 49 calories aux parois du cylindre, tandis que, sur les 162 dépensées, nous n'en convertissons pas 19 en travail mécanique mesuré sur les pistons! Ces résultats prodigieux, qu'on peut maintenant chiffrer grâce aux beaux travaux de Hirn et de l'*École Alsacienne*, justifient amplement la remarquable appréciation émise par Reech en 1850 à la suite de ses longues et délicates expériences sur la machine binaire à chloroforme (2). « Il nous est bien démontré, disait le Rapporteur de la Commission de Lorient, qu'on arrivera généralement à des conséquences fausses quand on partira de la théorie ordinaire des machines à vapeur d'eau, qui consiste principalement à raisonner sur de la vapeur sèche ramenée à sa température de

(1) Dans les machines actuelles, bien conçues et bien installées, ce chiffre est notablement moins élevé (il est de 5 à 20 °/₀ par exemple et parfois même de 2 ou 3 °/₀), mais il monte jusqu'à 50 °/₀ dans certains moteurs qui ne sont pas cependant réputés mauvais.

(2) Voir la note additionnelle placée à la fin de ce volume.

saturation dans un cylindre dont les parois n'auraient pas la faculté d'absorber ou de restituer du calorique. Nous allons donc étudier à fond la question de la perméabilité de la matière au calorique, et nous ne tarderons pas à trouver la vraie cause des longues tribulations que nous avons eu à subir dans le cours de nos expériences ».

Sur les 49 calories abandonnées par la vapeur d'admission, 8 sont rendues par les parois au fluide moteur pendant la période de détente et, en déterminant la vaporisation d'une fraction de l'eau précédemment condensée [1], donnent lieu à la production d'un certain travail; mais la restitution ainsi opérée n'est pas, au point de vue du rendement thermique, aussi complète qu'on pourrait le croire au premier abord : pour que celui-ci ne fût pas diminué, il faudrait en effet que la restitution en question eût lieu non seulement *en quantité*, mais *en qualité*, c'est-à-dire à la même température; or ce n'est pas ce qui est réalisé dans le cas actuel. Il nous semble inutile d'insister plus longuement sur ce sujet qui a été déjà amplement développé (§§ 27 et 33). Quant aux 40 calories envoyées au condenseur, c'est une perte sèche qui est colossale si l'on songe que 19 calories seulement sont transformées en travail; la détermination de R_c (*refroidissement au condenseur*) ainsi d'ailleurs que celles de R_a et R_d est donc de première importance quand il s'agit d'étudier à fond le fonctionnement d'un moteur thermique. Nous verrons tout à l'heure (§ 134) comment on peut souvent calculer des valeurs approximatives de ces diverses quantités un peu plus simplement que nous ne l'avons fait dans ce paragraphe.

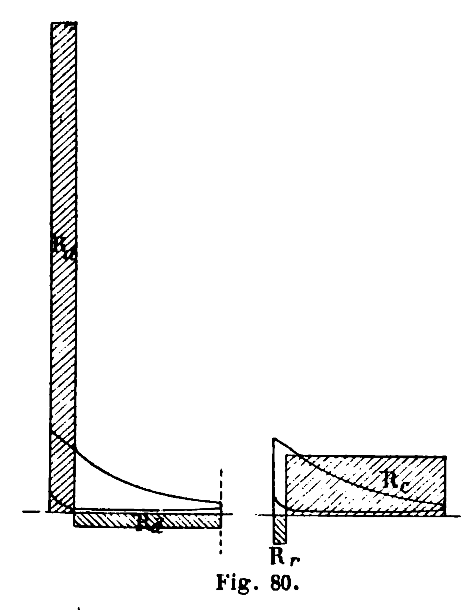


Fig. 80.

Le tracé ci-contre (fig. 80) donne une représentation graphique des échanges de chaleur comparés au travail extérieur produit; les valeurs de R_a, R_d, R_c, R_r (transformés en kilogrammètres,

(1) Suivant une remarque du paragraphe 97, c'est à cause de ce fait que la courbe réelle de détente est située au-dessus de l'adiabatique correspondante.

à la même échelle que la courbe d'indicateur) y sont figurées par des rectangles hachés ayant pour bases respectives les chemins parcourus par le piston pendant les périodes correspondantes; on peut ainsi, d'un seul coup d'œil, juger de l'importance des effets thermiques produits.

Dans l'expérience du 8 septembre 1875 que nous venons d'analyser, les températures de la vapeur à la chaudière et au condenseur étaient d'environ 150° et 50°, et on a communiqué 162 calories au fluide en jeu; si donc celui-ci avait effectué son évolution suivant le cycle de Carnot, on aurait dû convertir en travail

$$162 \times \frac{150 - 50}{273 + 150} = 38,^{\text{cal.}}3$$

au lieu de 18,77; la différence entre les deux chiffres est sans doute importante, mais elle n'a pas l'énormité qu'on pourrait croire si on se bornait purement et simplement à constater que le résultat obtenu atteint seulement les $\frac{18,77}{162} = 0,115$ de la dépense. La thermodynamique nous montre en effet qu'on a obtenu les $\frac{18,77}{38,3} = 0,49$ de ce qui était théoriquement possible avec les moyens dont on disposait. Sans aucun doute on fait mieux maintenant, au moins dans les meilleurs moteurs actuels (§ 128); mais le bénéfice possible est moins grand qu'on ne le croit parfois : il n'existe et il n'existera jamais d'engin dont le rendement soit égal à l'unité, et on est souvent loin d'atteindre ce desideratum irréalisable.

§ 134. — Cas des machines à détentes successives.

Si on a affaire à une machine à détentes successives et à condensation par surface, le poids ϖ se détermine comme précédemment à la sortie de la bâche; c'est lui qui se transporte successivement de cylindre en cylindre [1]. Quant aux calculs à effectuer, ils ne présentent aucune difficulté : pour l'appareil admetteur on obtient, de la même manière que

(1) S'il existe des réservoirs de vapeur interposés entre les divers cylindres, il faut tenir compte du poids du fluide qui se condense et reste dans les réservoirs en question.

tout à l'heure, les quantités R_a, R_d, R_c, R_r (R_c représentant ici le nombre de calories cédées à la vapeur qui se rend non pas au condenseur, mais *au deuxième cylindre*). En ce qui concerne celui-ci, il suffit dès lors de remarquer que le nombre des calories R^1_a relatives à la période d'admission est précisément égal et de signe contraire à R_c (fig. 81),

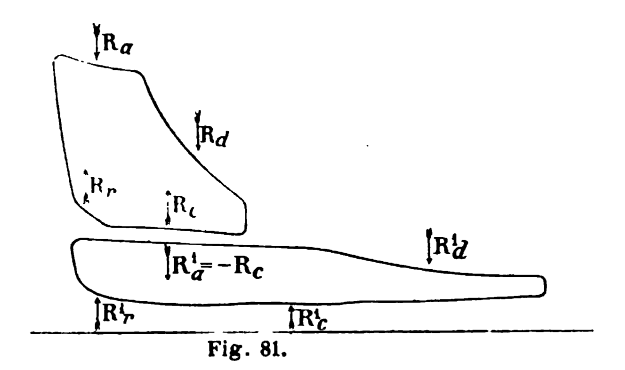


Fig. 81.

de sorte que le calcul de R^1_d, R^1_c, R^1_r s'effectue immédiatement, en admettant toujours que la vapeur évacuée emporte avec elle toute la partie liquide et ne laisse ainsi derrière elle que du fluide saturé sec au moment où commence la compression. On continuera ainsi de proche en proche, quel que soit le nombre des cylindres.

A titre d'exemple, nous donnons les résultats obtenus de cette façon par M. John George Mair sur deux machines Woolf à condensation, munies d'enveloppes de vapeur [1].

(1) On pourra consulter à ce sujet les volumes 70 et 79 des «*Proceedings of the Institution of Civil Engineers*» dans lesquels sont consignés les résultats et les calculs relatifs à des essais entrepris sur des machines à vapeur de divers types.

		Machine Woolf à enveloppe de vapeur et à condensation Q.	Machine Woolf à enveloppe de vapeur et à condensation S.
		k.	k.
Pression effective à la chaudière		3,73	4,45
Nombre de tours par minute		17,78	28,30
Détente		11,95	16,50
Puissance en chevaux sur les pistons		215,8	134,6
Cylindre à haute pression	R_a	— 68,7	— 38,5
	R_d	+ 55,7	+ 33,2
	R_c	+ 44,6	+ 17,9
	R_r	— 10,7	— 7,3
	d..	+ 3,5	+ 1,1
	e..	— 24,4	— 6,4
Cylindre à basse pression	R'_a	— 44,6	— 17,9
	R'_d	+ 65,9	+ 5,9
	R'_c	+ 1,9	+ 21,1
	R'_r	— 4,6	— 1,5
	d'.	+ 6,0	+ 1,9
	e'.	— 24,6	— 9,5

§ 135. — Calcul abrégé et approximatif des échanges de chaleur.

Les calculs qui précèdent sont assez longs ; on peut dans bien des circonstances opérer d'une manière plus rapide en agissant de la façon suivante.

Si on néglige la quantité ϖ' vis-à-vis de ϖ et si on ne tient pas compte de la différence de pression qui existe ou peut exister dans le cylindre depuis le commencement jusqu'à la fin de l'introduction, il est clair que la chaleur, — R_a, abandonnée aux parois pendant l'admission, est précisément celle que dégagerait, en se condensant sous la pression en question, le poids de vapeur dont on constate la disparition. Dans l'exemple du paragraphe 133, on trouve ainsi qu'il a été liquéfié

$$0^k,2604 - 0^k,16525 = 0^k,095$$

et comme la chaleur de vaporisation r relative à la température de 150°,8 est égale à 500,210, on a

$$- R_a \text{ (valeur approchée)} = 0,095 \times 500,210 = 47^{cal},5$$

Quant à R_d, on le déterminera, comme tout à l'heure, par l'équation

$$R_d = U_4 - U_3 + \frac{1}{E} \mathfrak{T}_d$$

dans laquelle U_4 et U_3 peuvent être indifféremment calculés avec les poids $\varpi + \varpi'$ ou ϖ en raison de la faible différence qui existe entre eux ; cela donne

$$R_d = 8{,}2$$

Enfin, si on admet que R_r est une quantité assez faible pour être négligée comparativement aux autres, on a

$$R_c \text{ (valeur approchée)} = -R_a - R_d - d = 36{,}6$$

Dans le cas d'une machine à plusieurs détentes successives (en nombre égal à 2 par exemple), on a, si l'on veut calculer simplement R'_c, c'est-à-dire les calories réellement perdues au condenseur, et si on néglige R_r et R'_r,

$$R'_c = -R_a - (R_d + R'_d) - (d + d') - (e + e')$$

Mais il importe essentiellement de remarquer que cette méthode abrégée de calcul est loin de donner toujours des résultats à peu près exacts. Si en effet, dans le cas où un cylindre évacue directement au condenseur, le poids de vapeur emprisonné dans l'espace mort est faible et ne donne souvent lieu qu'à des échanges relativement minimes de calorique, il n'en est point de même dans bien des circonstances et en particulier quand l'échappement se fait à l'air ou dans un autre cylindre.

§ 136. — Calcul très complet des échanges de chaleur. Méthode de M. Dwelshauvers-Dery.

On peut pousser le calcul des échanges de chaleur plus loin encore que nous ne l'avons indiqué au § 132 ; pendant les périodes de détente et de compression, le fluide en jeu se trouve en effet hermétiquement emprisonné dans le cylindre, et, en subdivisant les périodes en question en autant de portions qu'on veut, il est évidemment possible de savoir quels échanges de calorique s'accomplissent pendant chacune des fractions considérées. C'est ce qu'a fait M. Dwelshauvers-Dery ; en calculant vingtième par vingtième de course les effets thermiques relatifs à la détente, il a constaté que, dans la plupart des essais analysés par lui :

Au commencement de la détente, l'ensemble des parois (en y comprenant le piston) restitue de la chaleur à la vapeur, après quoi le phénomène change de sens, et ce sont elles au contraire qui en reçoivent comme au commencement de l'admission.

La courbe ABCD (fig. 82), relative à l'essai du 8 septembre 1875, dont nous avons déjà parlé, représente le phénomène en question; ses ordonnées sont telles que l'aire comprise entre deux quelconques d'entre elles donne (en kilogrammètres et non en calories) l'échange de chaleur relatif à la période correspondante du mouvement du piston. Comme on le comprend facilement, les calculs à faire sont longs et laborieux; mais ils constituent un nouveau document dans la question si complexe qui nous occupe, et ils présentent un réel intérêt. On trouvera d'ailleurs les détails les plus complets à ce sujet dans le *Bulletin de la Société de Mulhouse*, année 1888, page 88 (1).

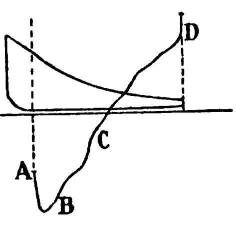


Fig. 82.

§ 137. — Effets produits par les détentes successives.

Pour terminer les études qui précèdent, il nous reste à parler des effets résultant de l'emploi des détentes successives, de la surchauffe, des enveloppes, etc. La discussion des résultats qui ont été obtenus par de très nombreux expérimentateurs dépasserait de beaucoup les limites que nous nous sommes imposées ici et, comme elle ne serait guère utile sans être complète, nous nous bornerons aux notions de principe et à quelques exemples, en renvoyant le lecteur, pour le reste, au traité de « *Machines marines* » de M. le Directeur des Constructions navales Bienaymé, où ces divers sujets sont étudiés d'une manière très complète (2).

(1) Voir également l'*Engineering*, 2e semestre 1888, page 518, ainsi que le *Bulletin de la Société de Mulhouse*, année 1889, p. 85.

(2) Un long Mémoire des plus intéressants, relatif à ces sujets délicats, est dû à M. Widmann, Ingénieur de la Marine, actuellement Sous-Directeur des Forges et Chantiers de la Méditerranée à Marseille; il a été inséré dans la première livraison 1883 du *Mémorial du Génie Maritime*. On trouvera également des renseignements très importants dans le Mémoire de M. Delafond déjà cité (*Annales des Mines*, année 1884, tome VI, page 197).

Occupons-nous d'abord des effets produits par l'emploi des détentes successives (système Woolf et ses dérivés). Dans les moteurs de ce genre, la différence des températures extrêmes de la vapeur admise et évacuée est considérablement réduite et par suite les condensations initiales sont diminuées ; dans les comparaisons faites sous ce rapport avec les appareils à introduction directe, on s'est quelquefois borné à multiplier la différence ci-dessus par la surface intérieure du cylindre correspondant, et à établir un parallèle entre les sommes ainsi obtenues pour l'ensemble des cylindres des deux machines; mais cette manière de faire ne correspond pas à la réalité des choses. Dans le système de l'introduction directe, le *refroidissement au condenseur* est une perte complète et absolue, tandis qu'avec les détentes successives il n'en est de même qu'au dernier cylindre ; pour les autres, *le refroidissement à l'évacuation* est la cause déterminante d'un certain travail qui est produit, il est vrai, à une plus basse température et par suite dans de moins bonnes conditions de rendement thermique, mais qui est loin d'être négligeable; cette partie de la chaleur mise en œuvre, au lieu de disparaître, a seulement diminué de *qualité*.

Une diminution du même genre se produit lors du transvasement du fluide moteur d'un cylindre dans l'autre et est par conséquent fâcheuse; il convient cependant de noter que le changement d'état thermique a alors pour effet de sécher très légèrement la vapeur, ce qui compense, au moins dans une petite mesure, l'inconvénient précédent.

En définitive les effets produits sont très complexes et la discussion des résultats obtenus dans un essai est très délicate : le fait saillant que l'on constate, c'est la réduction considérable de la condensation dans le cylindre d'admission, surtout quand on y fait très peu de détente, et le chiffre de 5 °/₀ ne doit guère être dépassé maintenant dans les appareils de ce genre lorsqu'ils marchent à l'allure la plus favorable. Si l'on joint à ce fait la moindre importance des fuites et des espaces morts, on aura en main les principaux éléments nécessaires pour la discussion d'un essai et les conclusions à en tirer.

§ 138. — Influence des espaces morts et du refoulement.

Dans toute machine existent forcément des *espaces morts*, dans l'évaluation desquels doit évidemment figurer le volume des conduits d'arrivée et de sortie de vapeur comptés jusqu'au tiroir ; il résulte de ce fait

et de l'existence d'une période de refoulement que le poids du fluide en jeu n'est pas le même pendant la durée d'un tour complet du moteur (fig. 83) : égal à ϖ' par exemple dans la période 1 à 2 (§ 132) il devient ensuite $\varpi + \varpi'$, comme nous l'avons expliqué en détail. En général ϖ' est faible comparativement à ϖ et peut assez souvent, dans des calculs approchés (§ 135), être laissé de côté ; si cependant cette condition n'était pas remplie, la simplification en question ne saurait évidemment être admise.

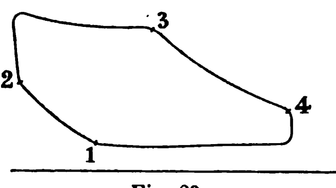


Fig. 83.

Comme nous l'avons également vu (§§ 132 et 133), il se produit pendant la période de compression des échanges de chaleur avec les parois et par suite toute étude entreprise sur le refoulement sans tenir compte de ce fait ne saurait donner de résultats probants ; ce n'est donc qu'à titre d'explication approximative qu'il convient d'admettre les considérations suivantes.

Examinons d'abord le cas où la compression est nulle (fig. 84). Si l'espace mort est égal à zéro, la dépense de vapeur est mesurée par la longueur AB et le travail par l'aire ABCDE. Dans le cas au contraire où il existe un espace neutre A'G, la dépense ne change pas (1), mais on perd, comme kilogrammètres développés, toute la surface hachée. Il y a là un déchet notable dont le tant pour cent est évidemment d'autant plus grand, toutes choses égales d'ailleurs, que le diagramme est petit, c'est-à-dire que la détente est grande *dans un cylindre de dimensions données*.

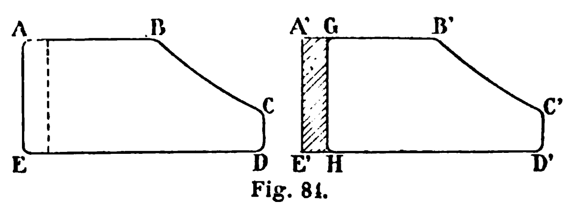


Fig. 84.

Avec un appareil à détentes successives (dans le cas de deux cylindres par exemple et du diagramme théorique ci-après), la perte est représentée par les surfaces 1 et 2 établies dans le cas, en général conforme à la réalité, où les espaces morts augmentent notablement avec

(1) En réalité il n'en est pas tout à fait ainsi en raison de la vapeur que contient l'espace mort à bout de course ; l'opération du remplissage est celle qui a été étudiée au § 116, mais il est inutile de tenir compte de ce détail pour l'explication approchée que nous avons en vue.

les volumes décrits par les pistons (fig. 85). En faisant au contraire usage d'un cylindre unique à admission directe, on aurait la perte 3 notablement supérieure à 1 + 2. Dans les machines à cascades, les espaces morts ont donc un effet beaucoup moins fâcheux qu'avec les dispositifs

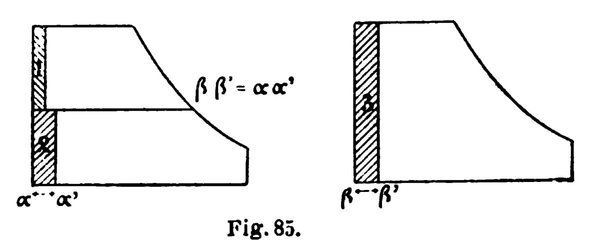


Fig. 85.

à introduction directe : avec les moteurs de ce dernier genre le système des quatre tiroirs s'impose, tandis qu'il ne paraît pas susceptible de procurer de grands avantages dans le cas de l'expansion multiple (1).

Pour atténuer les inconvénients des espaces neutres, on a recours au refoulement : il est bien clair que si, à bout de course, la tension de la vapeur refoulée est égale à celle de la boîte à tiroir on n'a pas de vapeur à dépenser pour remplir l'espace nuisible ; le fluide contenu dans ce dernier fait l'effet d'une sorte de coussin élastique, qui se dilate et se contracte alternativement en se retrouvant constamment plein après chaque tour de la machine. Comme on le voit (fig. 86), si le travail de

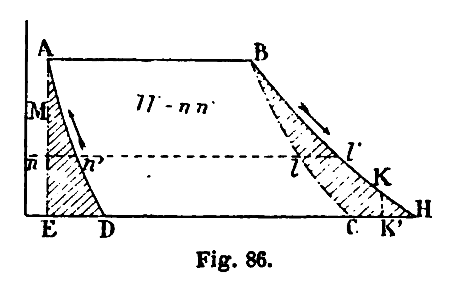


Fig. 86.

compression fait perdre l'aire hachée ADE, en revanche la vapeur contenue en M a évidemment pour effet, en se détendant, de relever la courbe de détente de BC en BH. La loi des changements de volume étant la même pour une augmentation que pour une

(1) Il convient d'ajouter que les espaces morts formés par les conduits d'arrivée et de sortie de vapeur entraînent l'existence de surfaces refroidissantes dont l'étendue est parfois considérable et qui ont évidemment pour résultat d'augmenter sensiblement les condensations pendant l'admission ; leur effet est à coup sûr très important dans les machines à introduction directe.

diminution, c'est-à-dire de B en H que de D en A (en supposant qu'il s'agisse de phénomènes réversibles), il est facile de voir que l'aire BCH est égale à ADE ; on ne perdrait donc rien sur le diagramme si la détente se prolongeait jusqu'en H, à la pression même de l'évacuation ; en réalité elle s'arrête en K ce qui altère, dans une certaine mesure, la compensation dont nous venons de parler. Hâtons-nous d'ajouter, comme nous l'avons dit en commençant, que l'influence des parois ne saurait être laissée de côté dans l'étude du phénomène du refoulement ; l'expérience montre cependant que les conclusions précédentes sont justifiées et que, en particulier, il y a intérêt à faire remonter, à bout de course, la pression à une valeur égale ou à peu près à celle de l'admission.

§ 139. — **Influence de la surchauffe.**

Porter de la vapeur d'eau saturée à une température extrêmement élevée n'est pas possible sous peine d'avoir des pressions absolument inadmissibles ; aussi, pour augmenter la valeur du quotient $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ qui donne le rendement dans le cycle de Carnot, a-t-on songé depuis longtemps à faire usage de vapeur surchauffée : celle-ci en effet, se comportant ou à peu près comme un gaz, ne présenterait pas l'inconvénient ci-dessus. Dans cet ordre d'idées, on a imaginé de faire évoluer de la vapeur surchauffée suivant deux isothermes et deux adiabatiques, en ne la laissant jamais descendre à la température de la saturation ; on avait ainsi une véritable machine à gaz chaud (1). Les essais de ce genre n'ont pas abouti, et il n'y a pas lieu de s'en étonner en présence des difficultés auxquelles se sont heurtés de tout temps les inventeurs de moteurs à *air chaud*.

Si le cycle de Carnot ne peut être réalisé avec le fluide qui nous occupe, on peut essayer du moins d'en employer un autre plus commode (fig. 87), par exemple un cycle ABCD tout à fait analogue à celui de la vapeur d'eau humide (§ 128), sauf que la ligne supérieure AB ne serait plus une isotherme mais correspondrait à une *surchauffe* obtenue *à pression constante*. Le rendement thermique d'un moteur satisfaisant à ces conditions est facile à calculer théoriquement (2) et, contrairement à

(1) Voir la *Théorie mécanique de la chaleur* par Verdet, tome Ier, page 300.
(2) Voir la *Théorie mécanique de la châleur* par Verdet, tome Ier, page 297.

ce qu'on pourrait être tenté de croire, il n'atteint pas un chiffre bien élevé. Nous nous empressons d'ajouter qu'une machine de ce genre est irréalisable pratiquement, en raison des échanges de chaleur auxquels donnent forcément lieu les parois des cylindres.

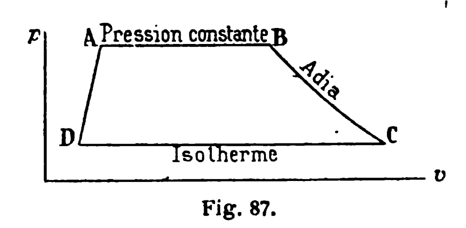


Fig. 87.

Ces premiers points de théorie étant élucidés, il nous reste à voir maintenant dans quelles conditions restreintes on peut industriellement faire usage de la vapeur d'eau surchauffée, et quels bénéfices elle est susceptible de donner.

Le motif capital qui milite en faveur de l'emploi de la vapeur surchauffée est son peu de conductibilité calorifique, c'est-à-dire son aptitude relativement faible à donner lieu à des échanges de chaleur ; sous ce rapport elle se comporte à peu près comme un gaz (1) et, en raison de cette propriété, *elle cède moins de calorique aux parois du cylindre pendant la période de pleine introduction* ; une moins grande quantité d'eau existera donc en général sur ces parois au commencement de l'évacuation, et par suite la perte au condenseur sera diminuée, puisque c'est la rosée en question qui, en se vaporisant, est l'agent actif de la soustraction du calorique ; le phénomène sera d'ailleurs d'autant plus accentué que la surchauffe sera plus forte et surtout qu'elle se maintiendra plus longtemps pendant la période d'admission. Sous ce rapport l'analyse que M. Dwelshauvers-Dery a faite de quelques-uns des essais de Hirn est des plus significatives ; voici un abrégé très sommaire des principaux résultats obtenus (2) :

(1) Il ne faudrait pas croire cependant que les échanges en question sont nuls ou négligeables quand on a affaire à des gaz ; ils sont seulement beaucoup moins importants. (Voir la thèse de doctorat de M. Witz sur l'effet thermique des parois d'une enceinte sur les gaz qu'elle renferme).

(2) Voir le *Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse*, année 1888, page 93.

DATE DE L'ESSAI	Admission	Température de saturation	Température réelle de la vapeur surchauffée ou teneur en vapeur sèche	Puissance indiquée sur les pistons	Eau consommée par heure et par cheval	R_a	R_d	R_c	R_r
				chevaux	kil.	cal.	cal.	cal.	cal.
28 Novembre 1873	1/4	148°,3	$m = 0{,}972$	136,5	10,02	— 54,3	+ 19,2	+ 32,1	0,0
8 Septembre 1875	1/7	150 ,8	$m = 0{,}989$	107,8	8,91	— 49,4	+ 8,2	+ 39,9	— 1,4
7 Septembre 1875	1/7	150 ,8	195°,5	113,1	7,18	— 33,8	+ 12,4	+ 21,3	— 1,3
26 Août 1875	1/5	151	215	135,8	7,02	— 26,5	+ 7,0	+ 16,0	— 1,4
18 Novembre 1873	1/4	150 ,1	231	144,4	7,49	— 18,0	+ 4,2	+ 11,3	0,0
27 Août 1875	1/2	150	223	125,2	8,20	— 8,2	— 13,5	+ 22,4	— 1,2
29 Septembre 1875	1/2	151 ,2	220	99,5	8,23	— 10,9	— 9,4	+ 23,6	— 1,1
28 Octobre 1875	1/4	141 ,7	220	78,3	12,32	— 17,8	+ 27,4	— 0,5	— 8,8

La valve était étranglée aux essais du 27 août et du 29 septembre 1875 ; le 28 octobre la machine échappait à l'air libre.

Aux essais du 27 août et du 29 septembre 1875 la vapeur a été trouvée un peu surchauffée vers le milieu de la période de détente ; elle l'était à la fin de cette période le 28 octobre 1875.

Comme on le voit, partout où la surchauffe est grande et la détente relativement faible, R_a est notablement moins fort. Le 27 août et le 29 septembre 1875, où la vapeur est légèrement surchauffée pendant une partie de la détente, la marche des phénomènes thermiques a été complètement modifiée : R_d est négatif, c'est-à-dire que pendant la période correspondante il y a, comme *résultat total*, une communication de calorique aux parois et non plus à la vapeur. Le 28 octobre 1875, où l'échappement a lieu à l'air libre, il existe de la surchauffe à la fin de la détente et les calculs indiquent qu'*il n'y a pas de refroidissement au condenseur*. On trouvera d'ailleurs l'analyse complète de ces essais dans le *Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse*.

Comme il importe essentiellement de le remarquer, les effets de la surchauffe ne sont et ne peuvent être prononcés que quand celle-ci est très forte, c'est-à-dire quand elle est sujette, sauf des circonstances spéciales, à donner lieu à des avaries très sérieuses quand la température s'élève accidentellement trop haut ; c'est par exemple ce à quoi on est exposé à la suite d'un arrêt du moteur. En raison de ce fait et de cette circonstance que les surchauffeurs sont des appareils coûteux, lourds et encombrants, on en fait actuellement assez rarement usage ; dans la Marine militaire française on a employé pendant assez longtemps des *sécheurs* qui avaient l'avantage sinon de donner une surchauffe sérieuse, du moins d'assurer la siccité de la vapeur, et il paraît certain que leur emploi est avantageux toutes les fois que des exigences militaires ou autres ne s'opposent pas à leur adoption.

§ 140. — **Influence de l'eau entraînée par la vapeur.**

Si, dans les machines à vapeur, l'évolution s'accomplissait suivant un cycle de Carnot, la proportion d'eau entraînée n'aurait absolument aucune influence sur le rendement puisque celui-ci est le même pour tous les corps de la nature ; il est à peine besoin d'ajouter que cette conclusion est sans valeur pour les moteurs de l'industrie. En réalité, l'eau existant dans un cylindre est un agent actif de transport de calorique au condenseur quand elle y séjourne d'une manière permanente sans être entièrement expulsée pendant l'évacuation ; on conçoit donc facilement qu'on soit exposé à obtenir des résultats médiocres

avec une vapeur très humide si la proportion de liquide est assez forte pour que l'expulsion en question devienne difficile ou incomplète. Telle est en effet la conclusion qui paraît se dégager des divers essais de machines où on a pu, sous ce rapport, faire quelque comparaison sérieuse : le fâcheux effet de l'eau entraînée en quantité un peu notable n'est pas douteux, et il y a lieu de se rapprocher le plus possible de l'état de siccité [1]. Sous ce rapport les *sécheurs* dont nous avons parlé au paragraphe précédent sont susceptibles de rendre de réels services.

§ 141. — **Influence de l'étranglement de la valve.**

Nous avons établi précédemment (§ 117) la formule théorique qui permet de se rendre compte de l'effet produit par l'étranglement d'une valve d'arrivée de vapeur ; il nous reste à voir maintenant quels résultats pratiques on peut espérer de cette opération. Divers problèmes peuvent être proposés à ce sujet ; nous allons indiquer sommairement les principaux d'entre eux.

1° Etant donnée une machine à construire, y a-t-il intérêt à la faire à haute pression et à forte détente, plutôt qu'avec une grande introduction et une pression modérée comme celle qui résulte de l'étranglement d'une valve ?

La réponse à cette question ne saurait être douteuse : la première solution, qui correspond à une plus grande différence de températures et à un plus fort rendement thermique, est certainement la plus avantageuse. Il ne faut pas croire cependant que tout soit bénéfice de ce côté : à mesure que l'introduction est réduite, l'influence désastreuse des parois se fait de plus en plus sentir, et les termes R_a et R_c augmentent notablement de valeur ; à partir d'un certain point il cesse même d'y avoir du gain, comme on l'a constaté depuis de longues années. Pour la discussion de cette question complexe, nous nous bornerons à renvoyer aux traités modernes de machines à vapeur.

2° Une machine étant construite pour développer une certaine puis-

(1) Dans des expériences faites sur le *Duquesne* et le *Duguay-Trouin*, un état d'humidité notable de la vapeur a paru donner une infériorité de rendement d'environ 20 pour cent, et ce n'est pas là d'ailleurs un fait isolé.

sance, convient-il, pour marcher à allure très réduite, d'augmenter la détente ou d'étrangler la valve?

Si la détente réalisée à grande puissance n'est pas très forte et si les espaces morts sont peu volumineux, il y aura en général, pour les mêmes raisons que tout à l'heure, intérêt à augmenter la détente. Dans chaque cas particulier une étude spéciale de la question devra être faite, en y faisant entrer toutes les particularités du moteur.

Lorsque les espaces nuisibles ont une valeur notable, il cesse en général d'en être de même et bien souvent l'étranglement est aussi avantageux que la détente ; il est facile d'en indiquer la raison : l'opération en question a en effet pour résultat, moyennant une réduction peu importante du diagramme (de ABCD à A'B'CD) (fig. 88), de diminuer très

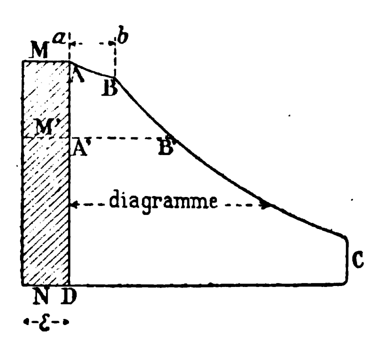


Fig. 88.

notablement (de MN à M'N) la perte de vapeur due à l'espace mort ε. Le rendement thermique doit, il est vrai, s'abaisser par suite de la moindre chute de température ; mais d'autre part les refroidissements qui sont considérables avec la faible introduction *ab* prennent moins d'importance. Tout compte fait, on comprend donc parfaitement que la réduction de pression initiale puisse être avantageuse, surtout quand elle est due à l'étranglement d'une valve. Des effets de ce genre ont été constatés à plusieurs reprises dans les essais des machines marines.

3° Etant donnée la pression maximum à laquelle la machine peut et doit fonctionner, y a-t-il intérêt à avoir aux chaudières une tension plus élevée si celles-ci sont capables de la supporter sans inconvénient ?

Comme on l'a vu au paragraphe 117, la relation qui existe entre les deux états du fluide avant et après son passage à travers la valve est donnée par la relation

$$q_1 + m_1 r_1 = q_2 + m_2 r_2$$

$$m_2 = \frac{q_1 - q_2 + m_1 r_1}{r_2}$$

En raison de la valeur positive de la différence $q_1 - q_2$, on a $m_2 > m_1$, c'est-à-dire que la vapeur s'assèche. Si on prend par exemple une chaudière Belleville produisant de la vapeur à 14 kil. de pression effective et la livrant à 10 kil. au moteur après le passage à travers le *détendeur*, on a $m_2 = 1$ lorsque $m_1 = 0,99$; la vapeur contenant 1 pour cent d'eau se trouverait donc sèche par suite de l'étranglement en question. L'effet produit est, comme on le voit, peu considérable ; mais il importe cependant de remarquer qu'il est avantageux (§ 140).

Les exemples qui précèdent montrent de quelle façon peuvent être traités les problèmes du genre de ceux que nous venons d'indiquer ; nous n'insisterons pas plus longtemps à leur sujet.

§ 142. — Effets produits par l'enveloppe de vapeur. Indications théoriques relatives à la propagation et à la diffusion du calorique. Applications aux effets divers produits par les parois.

Pour étudier les effets déterminés par la présence d'une enveloppe de vapeur, il est utile de se rappeler quelques-uns des résultats obtenus par Fourier dans sa « *Théorie analytique de la chaleur* » (1) ; nous allons indiquer très sommairement ceux qu'il importe le plus de connaître, en en déduisant ensuite un certain nombre de conséquences intéressantes.

Propagation de la chaleur dans un mur homogène.

Considérons un corps solide homogène, d'une hauteur indéfinie, terminé par deux faces planes et parallèles, par exemple un mur d'épaisseur *e* (fig. 89). Supposons que, par un moyen quelconque, l'une des faces soit entretenue à la température constante *a*, l'autre à la température *b*, et laissons au système le temps nécessaire pour qu'il atteigne

(1) *Œuvres de Fourier*, tome Ier (Gauthier-Villars, 1888).

un état définitif et permanent [1] ; il est facile de voir qu'un flux uniforme de chaleur égal à

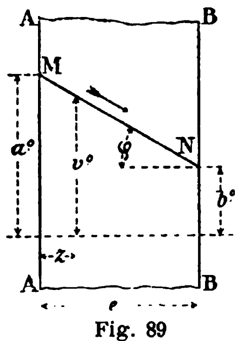


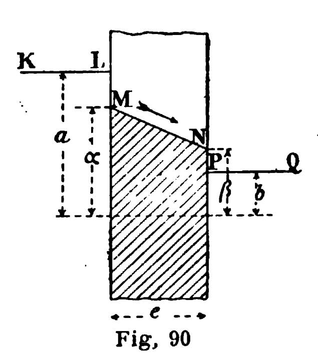
Fig. 89

$$\left(K \frac{a-b}{e}\right)^{\text{calories}} = (K \tang \varphi)^{\text{calories}}$$

passe alors pendant l'unité de temps et pour l'unité de surface de A en B, K étant un certain *coefficient* numérique spécial dit *de conductibilité*. En outre la loi des températures v^o dans l'intérieur du solide est représentée par une droite MN.

Les conclusions qui précèdent sont encore applicables au cas de deux surfaces courbes assez peu distantes l'une de l'autre, relativement à leur rayon de courbure, pour que leurs aires puissent être considérées comme à peu près égales.

Transmission de la chaleur entre deux fluides séparés par un mur homogène.



Fig, 90

Supposons que, des deux côtés d'une cloison plane indéfinie (fig. 90), nous ayons deux fluides maintenus à des températures constantes a et b; quand l'état permanent est établi, la loi des températures est représentée par la ligne brisée KLMNPQ telle qu'on ait

$$h_1 (a - \alpha) = K \frac{\alpha - \beta}{e} = h (\beta - b)$$

ces trois quantités étant les expressions du seul et même flux de chaleur qui passe du fluide chaud au fluide froid ; h et h_1 sont des coefficients ou plutôt des fonctions très complexes, qui dépendent et des phénomènes de contact, et de ceux de rayonnement [2] ; ils ne sont indépendants des températures que quand celles-ci présentent assez peu d'écart

(1) Fourier, page 49.
(2) Expériences de Dulong et Petit, de Péclet, etc. (lois du *refroidissement*). Voir aussi la thèse de doctorat de M. Witz sur l'effet thermique des parois d'une enceinte sur les gaz qu'elle renferme.

entre elles (une vingtaine de degrés par exemple), et ils augmentent avec la vitesse de renouvellement des parties en contact sans être cependant jamais infinis comme on le suppose parfois en prenant $\alpha = a$ et $\beta = b$; ils varient en outre, bien entendu, avec la nature des corps considérés, et ont, pour l'eau et les vapeurs, des valeurs beaucoup plus fortes que pour les gaz secs.

Etat variable des températures dans un mur qui se réchauffe ou se refroidit.

Considérons maintenant un mur d'une hauteur et d'une épaisseur indéfinies, dont la température soit uniforme θ (fig. 91), et imaginons que,

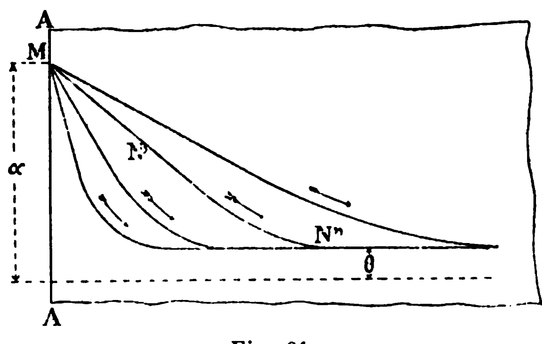


Fig. 91.

par un moyen quelconque, on force l'une de ses faces AA à acquérir subitement, puis à conserver une température constante $\alpha > \theta$; il va s'établir alors une série d'états thermiques tels que MN'N", dont Fourier a établi les lois par une analyse des plus savantes ; il a montré en particulier que le flux total de chaleur, qui a pénétré dans la muraille au point M au bout d'un temps t à partir de l'origine du phénomène (ou qui en est sorti en cas de refroidissement si α est $< \theta$), est égal pour 1° de température et une surface S à [1]

$$Q = 2\,S \sqrt{\frac{C\,D\,K}{\pi}} \sqrt{t}$$

ce qui donne pour $\alpha - \theta$ degrés

$$Q = 2\,S(\alpha - \theta) \sqrt{\frac{C\,D\,K}{\pi}} \sqrt{t}$$

$$Q = \text{constante} \times (\alpha - \theta) \sqrt{t}$$

(1) Fourier, page 420. Dans la formule de Fourier les températures α et θ sont représentées par les symboles 1 et 0 et d'autre part C et K sont proportionnels à la différence $\alpha - \theta$.

K étant le coefficient de conductibilité de la surface, et C la chaleur spécifique du corps (de densité D) pour une élévation de température de 1°.

Les phénomènes que nous venons d'indiquer ne constituent que des cas particuliers et très élémentaires de ceux étudiés par Fourier dans sa *Théorie de la Chaleur*, mais ils suffiront pour l'objet que nous avons en vue; nous nous bornerons seulement à ajouter que, quelle que soit à un moment donné la loi M'N' des températures (fig. 92), la quantité de chaleur qui passe en P dans l'unité de temps est

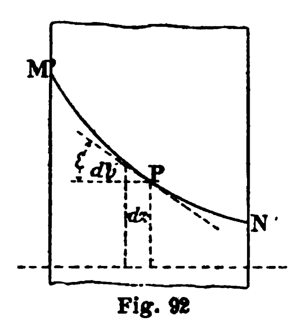


Fig. 92

$$K \frac{dv}{dz} = K \text{ tang } \varepsilon$$

et que le flux de chaleur est dirigé du côté vers lequel s'abaisse la tangente; au point où cette derrière est horizontale, l'état thermique ne change pas lors du moment infiniment petit qu'on considère.

Application des principes précédents au réchauffement et au refroidissement des parois des cylindres.

Si l'on veut, en partant des travaux de Fourier, essayer de chiffrer les échanges de chaleur qui se produisent par l'entremise des parois des cylindres, on se heurte à des difficultés presque insurmontables : si en effet le coefficient K peut être déterminé assez exactement, il n'en est pas de même de h et h_1, qui dépendent de nombreuses circonstances, et en particulier de l'état des parois qui sont tantôt simplement grasses, tantôt tapissées d'une couche plus ou moins épaisse de rosée ou même parsemées de gouttelettes d'eau; il est en outre un phénomène important dont nous n'avons pas encore parlé et qui a été très judicieusement signalé par M. Woirhaye, Ingénieur de la Marine [1], sans qu'il en ait été cependant tenu grand compte : les parois du cylindre se découvrant peu à peu à mesure que le piston se déplace, les diverses parties successivement mises à nu éprouvent des variations de température absolument différentes les unes des autres, de sorte que non seulement la valeur du flux de chaleur est variable d'un point à l'autre d'une génératrice, mais en outre il se produit *longitudinalement* des échanges thermiques qui compliquent singulièrement le problème et le font rentrer dans l'un

(1) *Mémorial du Génie maritime*, 6e livraison de l'année 1877.

des cas très complexes étudiés par Fourier. Malgré les incertitudes de la question, il a été fait des calculs à ce sujet en négligeant les échanges longitudinaux et en se donnant à chaque instant la température de la surface intérieure du cylindre : en adoptant d'abord, comme cas particulier, celui où la température ci-dessus varierait suivant une loi sinusoïdale, le docteur Kirsch a trouvé (1) que, pour des angles ω de la manivelle motrice variant successivement de 30° en 30°, les courbes représentant à un moment donné les valeurs simultanées des températures en fonction de la distance à la surface intérieure sont figurées par un tracé tel que le suivant (fig. 93).

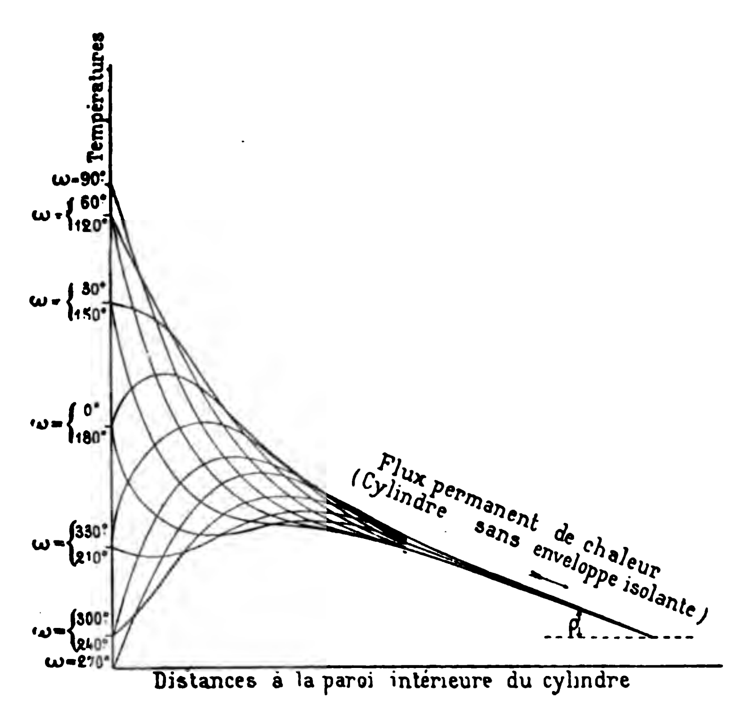


Fig. 93.

Si ce tracé pouvait être effectué avec certitude, toutes les circonstances du mouvement du calorique seraient évidemment connues : à un instant donné, le flux de chaleur (positif ou négatif) relatif à un point de la

(1) Voir « *Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine* », par le docteur Kirsch (Leipzig, 1886).

paroi serait donné par la tangente de l'angle ε (fig. 94); il serait nul

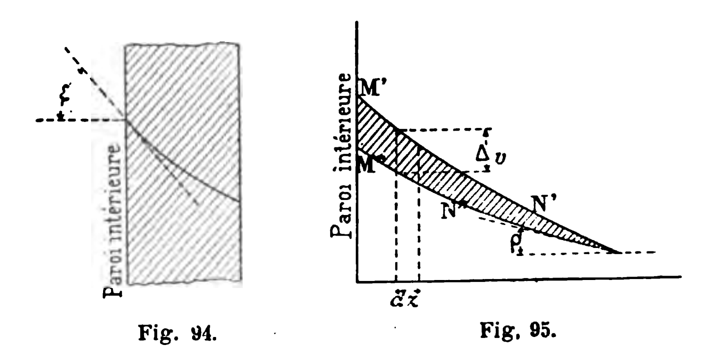


Fig. 94. Fig. 95.

pour $\varepsilon = 0°$. Si l'on considère maintenant deux courbes successives de températures M'N', M"N" (fig. 95), la surface $\int \Delta v \times dz$ comprise entre elles est proportionnelle au nombre de calories absorbées par le métal du cylindre (ou restituées par lui), en sus du flux constant et permanent vers le dehors qui est donné par tang ρ. Des considérations de ce genre seraient d'ailleurs susceptibles de nombreux développements, comme on le comprendra facilement (1).

Application, aux enveloppes de vapeur, des principes précédents.

Si nous ne pouvons résoudre d'une manière complète au point de vue pratique la question des échanges de chaleur, voyons du moins ce que nous pouvons déduire des considérations ci-dessus relativement aux enveloppes. Tout d'abord il convient de remarquer que, ainsi qu'il est facile de s'en assurer par un calcul élémentaire, la quantité de vapeur qui se condense n'est jamais capable d'augmenter que d'un très petit nombre de degrés l'état thermométrique de toute la masse métallique du cylindre et, comme les variations de température sont naturellement très fortes au contact immédiat du fluide moteur, il s'ensuit que celles-ci iront en s'atténuant avec une extrême rapidité; en d'autres termes les échanges thermiques sérieux n'intéressent qu'une couche très mince de métal, ce qui ne les empêche pas d'ailleurs d'être très considérables. Il résulte évidemment de là que, au point de vue des échanges de chaleur avec la vapeur, on se trouvera très sensiblement dans le cas étudié par Fourier d'une muraille d'épaisseur infinie.

(1) Voir « *Theoretische Maschinenlehre* », par le docteur Grashof, 3e volume, page 545 (Leipzig, 1888).

Ce point étant admis, considérons (fig. 96) un cylindre à vapeur dont

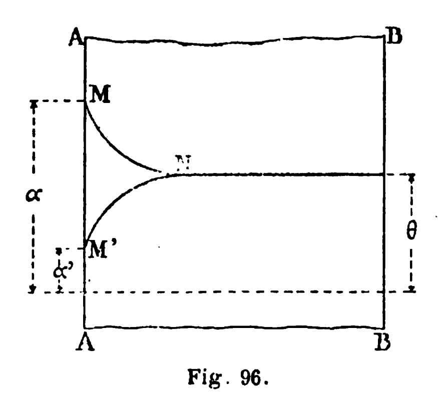


Fig. 96.

la paroi interne oscille de α à α' degrés (de l'admission à l'évacuation), et qui soit simplement muni d'une enveloppe isolante; la surface extérieure BB prendra, ainsi que la plus grande partie du métal, une température θ intermédiaire entre α et α', et, pendant les périodes d'introduction et d'émission, les échanges de chaleur se feront, approximativement du moins, d'une façon représentée par la formule de Fourier

$$Q = \text{constante} \times (\alpha - \theta)\sqrt{t}$$

$$Q' = \text{constante} \times (\theta - \alpha')\sqrt{t'}$$

et les courbes donnant les variations de température auront une forme du genre de celle que nous indiquons (fig. 96).

Si, au contraire (fig. 97), il existe une enveloppe de vapeur assu-

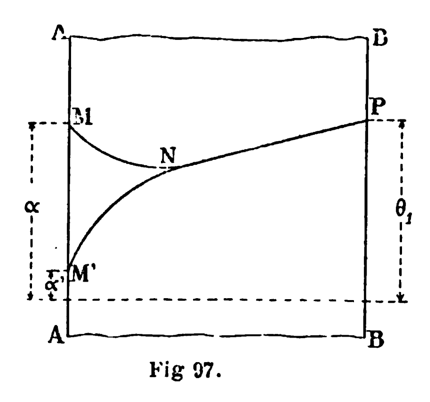


Fig 97.

rant à la paroi BB une température θ_1 voisine de α (et donnant lieu par

conséquent à un flux de chaleur f), la différence $\alpha - \theta_1$ sera moins grande que tout à l'heure, tandis que l'inverse aura lieu pour $\theta_1 - \alpha'$. Par suite, lors de l'admission, le flux périodique entrant Q sera, toutes choses égales d'ailleurs, diminué; en d'autres termes, la condensation initiale sera moins forte. Remarquons maintenant que la paroi AA recevant continuellement de la chaleur, l'eau déposée se vaporisera plus vite et il pourra même arriver qu'elle ait à peu près entièrement disparu à la fin de la détente; s'il ne reste plus alors de liquide à faire bouillir sur les parois pendant l'évacuation, une des causes principales du *refroidissement au condenseur* aura disparu, et, bien que la surface intérieure soit tenue chaude par le flux f, le contact n'ayant plus lieu qu'avec de la vapeur sèche, R_c aura une très faible valeur. Tel est le genre de phénomène qui s'est produit dans un essai qui a été fait par Hallauer sur deux machines Corliss de même dimension, et dont voici quelques résultats [1] :

	Avec enveloppe	Sans enveloppe
Poids de vapeur dépensé par coup de piston.	0^k,1253	0^k,1122
Poids de vapeur condensé dans l'enveloppe. .	0 ,0048	»
Proportion d'eau à la fin de l'admission . .	0 ,46	0 ,62
— — de la détente. . .	0 ,15	0 ,41
	calories	calories
Valeur de R_a	— 24,79	— 32,89
— R_d	22,37	11,87
— R_c	3,71	19,67
— e	— 1,29 (?)	»
— d	»	0,85 (?)

Comme on le voit, il y a eu, pendant l'admission, moins de vapeur condensée avec le moteur à enveloppe, et celle-ci a d'ailleurs été presque entièrement revaporisée pendant la détente; le fluide en jeu s'est donc trouvé relativement sec au commencement de l'évacuation, et c'est de là principalement que provient la petitesse si avantageuse du terme R_c. Si au contraire, pour une raison quelconque, par exemple par suite d'une

(1) Voir le *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, année 1873, page 592.

très grande humidité de la vapeur affluente, il s'était trouvé une proportion importante d'eau à bout de course, le résultat obtenu aurait pu changer de sens ; le calorique communiqué aux parois aurait eu alors pour effet de vaporiser une plus grande quantité de liquide et par suite d'augmenter R_c. C'est effectivement ce qu'a reconnu expérimentalement Hallauer : pour un même poids d'eau existant dans le cylindre à la fin de la détente, R_c est plus grand avec enveloppe que sans enveloppe.

Comme cela résulte manifestement de ce que nous venons de dire des deux moteurs Corliss expérimentés par Hallauer, la courbe de détente du cylindre avec enveloppe est située notablement au-dessus de l'autre par suite de la forte vaporisation effectuée pendant la détente ; le calorique dépensé à produire R_a est réemployé ensuite ; mais, ainsi que nous l'avons dit bien des fois, il l'est d'une manière *inférieure*, comme s'il venait d'une chaudière à pression relativement basse. Peut-on faire mieux encore en faisant usage d'une enveloppe suffisamment puissante pour réduire à très peu de chose le terme R_a et supprimer ainsi la cause d'infériorité dont nous venons de parler? La courbe de détente qui serait obtenue baisserait alors sensiblement, et, contrairement à ce qui avait lieu tout à l'heure, elle pourrait même descendre au-dessous de l'autre. A priori, rien ne paraît s'opposer à ce que ce résultat soit atteint plus ou moins complètement, et il semble même qu'il a pu déjà être réalisé. On ne doit pas toutefois perdre de vue que, dans ces conditions, la dépense de vapeur due à l'enveloppe serait sans aucun doute notablement augmentée, ce qui réduirait d'autant le bénéfice réalisé par ailleurs.

§ 143. — Influence du dispositif de l'enveloppe.

Pour qu'une enveloppe fonctionne dans de bonnes conditions, il faut qu'elle ne contienne ni eau stagnante ni air, parce que la transmission de la chaleur se fait alors beaucoup moins bien ; ces précautions sont loin d'avoir toujours été prises ; aussi, dans la discussion des résultats obtenus dans un essai, est-il d'une importance majeure de savoir non pas seulement s'il y a une enveloppe, mais surtout à quelle espèce d'enveloppe on a affaire. La circulation rapide d'une vapeur constamment

renouvelée est avantageuse en raison de l'influence directe qu'exerce la vitesse et en outre de l'enlèvement plus parfait des gouttelettes d'eau adhérentes (1); l'addition de nervures disposées extérieurement sur la chemise serait peut-être également susceptible de donner de bons résultats. Nous indiquerons enfin l'intérêt qui existe à avoir dans l'enveloppe de la vapeur à aussi haute température qu'il est possible (2), et nous signalerons le vice du dispositif qui consiste à faire passer préalablement dans l'enveloppe la vapeur destinée aux cylindres, et augmente par conséquent la proportion d'eau qu'on se propose précisément au contraire de réduire. Nous croyons que, pour quelques-uns des détails que nous venons de signaler, il reste encore des progrès sérieux à réaliser.

§ 144.— Influence de la vitesse de rotation sur les effets dus aux parois.

Supposons qu'on fasse marcher une machine à vapeur à diverses allures, en réalisant toujours le même diagramme, c'est-à-dire en faisant en sorte que les phénomènes qui se produisent pour chaque cylindre soient autant que possible toujours les mêmes (3). La formule de Fourier (§ 142)

$$Q = \text{constante} \times (\alpha - \theta) \sqrt{t}$$

montre que, toutes choses égales d'ailleurs, l'échange de calorique Q va diminuer en même temps que le temps t, c'est-à-dire lorsque l'allure s'accélère; l'effet résultant de cette cause va d'ailleurs s'accentuer par cette raison que, les échanges thermiques étant moins actifs, la proportion

(1) M. Brun, Directeur des Constructions Navales, a fait usage en 1864, sur la *Mégère*, d'une chaudière auxiliaire à pression relativement élevée, uniquement destinée à fournir de la vapeur aux enveloppes; on a ainsi obtenu d'excellents résultats en opérant, il est vrai, sur des machines très différentes des appareils actuels. (*Mémorial du Génie maritime*, 7e et 8e livraisons, 1864).

(2) Dans les anciennes machines Perkins, on avait pris des dispositifs tout à fait spéciaux et d'ailleurs très discutables, pour atteindre ce résultat. (Voir le *Manuel des Machines à vapeur* de Rankine, page 673). On a également proposé d'envoyer dans les enveloppes la vapeur d'un liquide moins volatil que l'eau, afin d'avoir une pression moins grande tout en réalisant une température plus élevée.

(3) Nous supposons les conduits et les orifices de vapeur assez largement proportionnés pour que les dépressions n'augmentent que très peu quand l'allure s'accélère; sans cela, il se produirait, en sus des effets indiqués, ceux qui relèvent du fait de l'étranglement d'une valve.

d'eau déposée sur les parois sera moindre et le rôle désastreux de ces dernières sera atténué. Tel est en effet le résultat bien net qui a été maintes fois constaté par l'expérience ; il est encore à ce sujet une autre considération qu'on ne doit pas passer sous silence et qui a été signalée par M. Widmann : dans quelques moteurs et surtout dans ceux dont les cylindres horizontaux ont leurs orifices placés à la partie supérieure, il peut arriver que, à allure très réduite, la vitesse de la vapeur évacuée ne soit plus suffisante pour entraîner au condenseur, comme nous l'avons supposé (§ 132), la presque totalité de l'eau déposée sur les parois ; on se trouve donc alors dans de très mauvaises conditions au point de vue des effets produits par les échanges thermiques et l'on constate, même avec de la vapeur convenablement sèche, la présence à peu près constante d'eau dans les cylindres. C'est là une particularité qu'il ne faut pas perdre de vue, tout en se rappelant que, dès que la vitesse s'accélère, le fonctionnement ne tarde pas à redevenir absolument normal.

Extrait du premier rapport d'une Commission chargée d'expérimenter au port de Lorient une machine à vapeur d'eau et à vapeur de chloroforme de M. Lafont, Lieutenant de vaisseau [1].

Lorient, le 5 août 1850.

. . . .
. . . .

En joignant les nouveaux faits de cette section à ceux des sections précédentes, il nous est bien démontré qu'on arrivera généralement à des conséquences fausses quand on partira de la théorie ordinaire des machines à vapeur d'eau, qui consiste principalement à raisonner sur de la vapeur sèche ramenée à sa température de saturation dans un cylindre dont les parois n'auraient pas la faculté d'absorber ou de restituer du calorique.

Nous allons donc étudier à fond la question de la perméabilité de la matière au calorique, et nous ne tarderons pas à trouver la vraie cause des longues tribulations que nous avons eu à subir dans le cours de nos expériences.

8e et dernière Section. — *De la cause évidente des résultats anomaliques que nous avons rencontrés jusqu'ici et des principales conséquences qui dérivent de cette cause.*

Les premiers mécomptes de nos expériences pouvaient être attribués avec raison à la présence d'une certaine quantité d'eau dans le cylindre; mais il n'en était plus de même par la suite, quand nous étions certains d'avoir de la vapeur sèche. Nous ne prétendons pas, à la vérité, que notre vapeur d'eau était absolument sèche, comme celle que l'on doit supposer en physique rationnelle ; mais nous croyons avoir employé de la *vapeur pratiquement sèche* autant qu'il est possible dans les meilleures machines, et nous admettons volontiers que de telle vapeur puisse être mélangée encore d'une brume plus ou moins humide ou liquide, de manière par exemple que la quantité de chaleur totale par kilogramme

(1) Cette commission était composée de MM. Reech, Ingénieur de la Marine, Président et Rapporteur, Robin du Parc, Capitaine de frégate, Masson, Ingénieur de la Marine, Lecointre, Ingénieur de la Marine, Saffrey, Lieutenant de vaisseau remplacé dans le cours des essais par M. Lejeune, officier du même grade. Quelques parties de ce rapport sont mentionnées dans une brochure de M. Audenet, ayant pour titre « *Consommation de combustible des machines à vapeur marines* ».

d'eau vaporisée, au lieu de pouvoir être fixée à 637 calories à la température de 100°, comme le veut la formule déjà citée de M. Regnault,

$$\lambda = 606,5 + 0,305\ T$$

ne doive être évaluée pratiquement qu'à 600 calories ou peut-être moins encore.

Nous comprenons aussi qu'avec de la vapeur ainsi constituée il n'y aura que peu ou point de surchauffe dans le phénomène de la détente, mais vaporisation supplémentaire aux dépens du liquide brumeux et accroissement progressif de masse du fluide élastique proprement dit, ce qui ne nuira pas, il est vrai, mais ne suffira pas non plus à l'explication de quelques-unes des fortes anomalies de la section précédente.

Avec une telle cause nous ne comprendrions pas du tout comment la nature des courbes de détente puisse être influencée par le plus ou moins de vide du condenseur.

Il nous faudrait continuer aussi à regarder la dépense de calorique comme étant proportionnelle à la somme de l'espace nuisible et du volume déplacé par le piston pendant l'introduction, ce qui ne changerait absolument rien aux difficultés les plus considérables de nos observations.

Donc la véritable cause est autre, et nous allons dire succinctement ici ce que nous en pensons.

Le cylindre d'une machine à vapeur étant mis alternativement en communication avec la chaudière et avec le condenseur, il doit y avoir des alternatives de température dans ce cylindre, et toutes les parois intérieures doivent participer à ces alternatives.

Représentons-nous en effet un volume de vapeur actuellement introduit à la température T de la chaudière et suivons attentivement ce volume de vapeur dans ses deux périodes d'expansion, dont la première a lieu pendant la détente proprement dite avec une production de force motrice utile sur le piston, et dont la seconde a lieu pendant le libre échappement de la vapeur au condenseur avec une perte évidente de force motrice non utilisée.

Rappelons-nous que tout corps, tout fluide élastique notamment, qui se dilate dans une enveloppe non perméable à la chaleur se refroidit.

Donc notre vapeur en se dilatant se refroidira peu à peu; elle se refroidira déjà dans la première période pendant qu'elle agira utilement sur le piston et elle se refroidira bien plus encore dans la deuxième période pendant la durée de l'échappement au condenseur.

Or dès l'instant que la température de la vapeur dilatée sera inférieure

à la température des parois contiguës du cylindre et du piston, ces parois céderont du calorique et se refroidiront à leur tour; l'abaissement de température des parois croîtra avec le temps ou avec la lenteur du mouvement et surtout avec le refroidissement progressif de la vapeur, dans la première comme dans la deuxième période, jusqu'au terme de la complète évacuation au condenseur.

Quand ensuite un nouveau volume de vapeur reviendra de la chaudière dans la capacité un peu refroidie du cylindre, il y aura une certaine précipitation sur les parois de cette capacité, et le calorique latent de la vapeur précipitée ou condensée servira à ramener les parois à la température T de la chaudière.

Au commencement de la détente, la vapeur déjà introduite et un peu dilatée rencontrera de nouvelles tranches un peu refroidies de la paroi du cylindre et continuera à y déposer une couche humide de vapeur condensée; mais en même temps, par l'abaissement simultané de la pression et de la température pendant l'expansion, la première couche humide reprendra du calorique à la paroi réchauffée qu'elle recouvre, et amènera une vaporisation supplémentaire; ces deux effets auront lieu simultanément.

Bientôt la température décroissante de la vapeur n'excédera plus la température des nouvelles tranches un peu refroidies du cylindre et le phénomène de la précipitation cessera; peu après, la température de la vapeur dilatée et de plus en plus refroidie sera inférieure à la température des nouvelles tranches un peu refroidies de la paroi du cylindre, et alors ces nouvelles tranches céderont du calorique par rayonnement et par contact à la vapeur contiguë, tandis que la couche humide initiale continuera à se vaporiser au moyen du calorique qu'elle avait d'abord cédé aux parois qu'elle recouvre et qu'elle reprendra maintenant à ces parois.

Les choses iront ainsi jusqu'à la fin de la course et continueront plus énergiquement encore dans le retour du piston pendant le libre échappement de la vapeur au condenseur; d'où l'on voit qu'en principe, à chaque coup de piston avec de la vapeur saturée aussi sèche que l'on voudra, une certaine quantité de calorique sera absorbée et recueillie, pendant la durée de l'introduction, par les parois antérieurement refroidies du cylindre, du piston, de la tige et du conduit de vapeur, et qu'ultérieurement, pendant l'évacuation au condenseur surtout, une autre quantité de calorique sera rendue par les parois plus ou moins réchauffées et restituée à la masse sortante de vapeur très refroidie, de telle sorte enfin qu'il y aura du calorique qui passera de la chaudière au cylindre et du cylindre au condenseur ou aux corps environnants sans produire de force motrice sur le piston.

Si nous prenons d'abord le cas d'un cylindre dépourvu de chemise, nous comprendrons très clairement que la quantité de calorique cédée initialement par la vapeur condensée pendant la durée de l'introduction et le commencement de la détente se retrouvera intégralement dans la somme des deux quantités de calorique dont l'une se perdra par le refroidissement extérieur du système et dont l'autre sera rendue par les parois intérieures du système à la vapeur sortante.

Si nous nous représentons ensuite le cas d'un cylindre *complètement enveloppé d'une chemise pleine de vapeur*, nous comprendrons tout aussi clairement que les températures des parois intérieures du système seront quelquefois plus basses, mais jamais plus hautes que la température permanente de la vapeur dans la chemise, et qu'ainsi il ne pourra y avoir aucune déperdition de calorique du dedans du cylindre vers la chemise, mais seulement de la chemise vers le cylindre aux instants et aux endroits où la température intérieure sera moindre que celle de la chemise ; donc alors la quantité de calorique rendue à la vapeur sortante deviendra la somme des deux quantités de calorique, dont l'une aura été cédée initialement par la vapeur condensée, et l'autre proviendra de la chemise à travers l'épaisseur de la paroi du cylindre.

Ce sont là deux conceptions limites entre lesquelles tomberont tous les autres cas de cylindres plus ou moins incomplètement enveloppés de vapeur.

Or, à ce point de vue général de la théorie des machines à vapeur, nous nous rendons bien compte d'abord de l'abaissement rapide de la pression au commencement de la détente pendant que la précipitation dure encore et que la vaporisation de la couche humide n'a pas commencé ; ensuite de l'abaissement plus lent de cette pression et de l'augmentation du produit P'V' à cause de l'augmentation de masse de la vapeur proprement dite à partir de l'instant où la vaporisation de la couche humide l'emporte sur la précipitation correspondante, et surtout à partir de l'autre instant où la précipitation n'a plus lieu tandis que la vaporisation devient de plus en plus énergique.

Nous nous rendons compte encore de l'abaissement plus rapide des courbes de détente quand on cesse d'envoyer de la vapeur dans la chemise, parce qu'à raison de la température plus froide du cylindre le phénomène de la précipitation devra se prolonger plus avant pendant la durée de la détente et qu'en même temps la vaporisation de la couche humide devra être moindre.

Nous comprenons surtout que les alternatives de température dans le cylindre devront être en rapport avec les températures extrêmes T, *t* de la chaudière et du condenseur, et qu'ainsi la précipitation dans le cylindre sera d'autant plus abondante et se prolongera d'autant plus avant

pendant la durée de la détente que le vide sera plus considérable ou que la pression sera moindre dans le condenseur, sans que la vaporisation pendant la détente proprement dite en doive augmenter, ce qui nous montre pourquoi la pression finale des courbes de détente a toujours varié dans le même sens que la pression qui régnait dans le condenseur.

Nous comprenons également que dans la deuxième période d'expansion, celle qui a lieu pendant le libre échappement de la vapeur au condenseur, la totalité de la vapeur condensée devra généralement se reformer et qu'ainsi la quantité de calorique non utilisée, ou du moins fort peu utilisée, que cette vapeur entraînera avec elle au condenseur, augmentera directement avec la différence $T - t$ qu'il y aura entre la température T de la chaudière et la température t du condenseur.

Nous devons ajouter que la somme de calorique ainsi dépensée et non utilisée dans le cylindre d'une machine à vapeur n'augmentera pas seulement avec la différence $T - t$, mais aussi avec l'étendue des parois intérieures du cylindre, de ses deux fonds, du piston, de la tige du piston et des conduits de vapeur à partir de l'organe distributeur; qu'ainsi le rôle de l'espace nuisible pourra devenir énorme, parce que la somme des parois alternativement refroidies et réchauffées de cet espace sera nécessairement très considérable à l'égard du faible volume de vapeur qui s'y logera, et qui lui-même sera dépensé en pure perte.

La somme de calorique ainsi dépensée et non utilisée, tant par l'espace nuisible que par les parois rondes du cylindre et de la tige du piston, sera un minimum dans un cylindre à longue introduction entouré d'une chemise pleine de vapeur, et, pour un tel cylindre, il y aura encore à résoudre le problème de la moindre somme de parois refroidissantes tant intérieures qu'extérieures pour un volume donné de vapeur à débiter.

La somme de calorique inutilement dépensée sera un minimum dans le cylindre à longue introduction, parce que, pour une dépense de vapeur donnée par coup de piston, on ne pourra recueillir de la force expansive qu'en agrandissant le volume du cylindre et par suite la somme des parois refroidissantes du système.

Donc on ne pourra faire de la détente qu'en envoyant une plus grande somme de calorique au condenseur, en même temps qu'on en perdra davantage par le refroidissement extérieur du système.

Plus on voudra faire de détente, sous le prétexte de réaliser une plus grande partie de la force motrice expansive de la vapeur, et plus d'un autre côté on fera une dépense additionnelle de calorique qui ne donnera pas d'effet utile, de telle sorte que l'avantage maximum de la détente se trouvera bien plus restreint qu'on ne l'a supposé jusqu'ici.

A ce point de vue général, et rationnellement satisfaisant en un mot auquel nous devons nous placer tant pour le cylindre à vapeur d'eau que pour le cylindre à vapeur de chloroforme de notre appareil binaire, nous n'entrevoyons plus de difficultés sérieuses à nous rendre compte des résultats les plus anomaliques et les mieux constatés de nos longues séries d'observations; mais nous ne connaissons pas l'importance numérique du principe que nous venons d'ériger; cette importance doit être assez grande pourtant, si nous en jugeons non seulement d'après nos expériences, mais encore d'après l'observation incidente que voici.

Si l'on désigne par r le rayon du cylindre et par h la hauteur du volume de vapeur introduite on a

$$V = \pi r^2 h$$

pour le volume de cette vapeur et

$$S = 2 \pi r h$$

pour la surface du cylindre, non compris les deux bases qui seraient mesurées par la quantité πr^2 chacune.

Nous conclurons de là

$$\frac{V}{S} = \frac{r}{2} \quad \text{ou} \quad V = \frac{1}{2} r \ S$$

Supposons encore que le volume de vapeur V ait une force élastique de 1 atmosphère, alors que le volume d'eau dont cette vapeur proviendra sera 1700 fois moindre et par conséquent ce volume d'eau, supposé répandu uniformément sur l'étendue S de notre surface cylindrique, n'y occupera qu'une épaisseur e que l'on trouvera par la formule

$$e = \frac{\frac{1}{2} r}{1700}$$

Dans notre appareil binaire, le diamètre de chaque cylindre est de $0^m,40$ ou de 400 millimètres et par conséquent l'épaisseur e ne sera que de $\frac{1}{17}$ de millimètre, ce qui fait voir que, dans le cas où on arriverait à constater que la couche humide de vapeur liquéfiée pendant la durée de l'introduction est de $\frac{1}{17}$ de millimètre sur la paroi ronde seulement, cela suffirait pour doubler la dépense de calorique, sans rien ajouter à la force motrice recueillie.

D'après toutes ces considérations, nous avons pris le parti de refaire

une cinquième période d'expériences afin de peser exactement les quantités d'eau évacuées par la pompe à air du condenseur à eau; ces poids d'eau ne pouvaient venir en effet que de la réduction à l'état liquide de la vapeur consommée et, pourvu que la vapeur ne fût amenée dans le cylindre qu'à l'état sec, ou même à l'état brumeux d'une densité sensiblement constante, ces poids d'eau devenaient les véritables et uniques nombres par lesquels nous puissions représenter dorénavant les quantités de calorique dépensées.

Les résultats de ces nouvelles et dernières expériences, qui nous ont permis finalement de résoudre le problème que nous avions en vue, feront l'objet du deuxième rapport ci-après.

La seule remarque que nous ayons à faire encore, c'est que, le rappor maximum de bonification des expériences du groupe B de la deuxième période ayant été de 1,50 environ, quand nous avions une pression de 36 à 40 centimètres de mercure dans le condenseur, ce rapport exprimerait le véritable avantage de l'appareil binaire de M. Lafont, à l'égard d'une machine ordinaire qui n'aurait que 9 à 10 centimètres de pression dans le condenseur, s'il nous était permis de supposer que la dépense de calorique ne varie pas avec le vide du condenseur; mais, qu'en vertu du principe que nous venons de développer dans la présente section, l'appareil binaire, avec une pression de 36 à 40 centimètres de mercure dans le condenseur, consommera une moindre somme de calorique que la machine ordinaire et qu'ainsi le rapport trouvé 1,50, avec une course de $0^m,90$ dans le cylindre à eau, deviendra une limite inférieure au vrai rapport d'utilisation que nous avons en vue; de telle sorte enfin que si la moindre dépense de calorique de l'appareil binaire n'était que les 5/6 de celle de la machine ordinaire, le rapport final deviendrait

$$\frac{1,50}{\frac{5}{6}} = 1,80$$

Ce que nous reconnaitrons en effet par le moyen des expériences de la cinquième période.

Extrait du deuxième rapport d'une Commission chargée d'expérimenter la machine à vapeur d'eau et à vapeur de chloroforme de M. Lafont.

Lorient, le 31 août 1850.

1re Section.— *D'une cinquième et dernière période d'expériences avec l'appareil binaire au moyen de 82 diagrammes de chaque sorte, et en pesant les quantités d'eau extraites par la pompe à air du condenseur-vaporisateur.*

D'après notre premier rapport, les grandes anomalies de nos longues séries d'observations venaient de ce que nous ne connaissions pas la vraie marche du calorique dans une machine à vapeur.

Avec un condenseur à injection, nous n'aurions pu vérifier directement nos conjectures à cet égard; mais, avec le système de la condensation extérieure dans l'appareil binaire de M. Lafont, il nous suffisait de peser avec soin les quantités d'eau évacuées par la pompe à air, pour être certains de connaître les masses de vapeur dépensées, et par suite les quantités correspondantes de calorique dès l'instant qu'il nous serait permis de raisonner sur de la vapeur sèche, ou même sur de la vapeur humide d'une densité sensiblement constante à son entrée dans le cylindre.

Nous devions en même temps nous garder de changer la course du cylindre à vapeur d'eau, afin de ne pas donner à l'espace nuisible une influence disproportionnée avec le volume déplacé par le piston, et dont il nous aurait été impossible de débarrasser les résultats de nos opérations au nouveau point de vue de la théorie des machines à vapeur auquel nous voulions nous placer.

Nous prîmes donc le parti de recommencer nos expériences à la course de $0^m,90$, en continuant de faire passer un courant de vapeur dans la chemise, non seulement à cause de l'avantage positivement reconnu de cette disposition dans notre premier rapport, mais aussi pour ne pas avoir à craindre une accumulation d'eau condensée dans le cylindre ou dans la boîte du tiroir, ce que nous redoutions par-dessus tout, malgré la boîte d'assèchement que nous avions fait établir depuis longtemps sur le tuyau de vapeur.

Pour être conséquent avec cette manière de voir, il nous aurait fallu faire passer aussi de la vapeur de chloroforme dans la chemise du deuxième cylindre; mais le tuyautage ne s'y prêtait pas, et, quoique dans un appareil définitif du système de M. Lafont nous soyons d'avis de faire circuler

plutôt un courant de vapeur d'eau autour du cylindre a chloroforme, nous tenions cependant à ne pas employer cette disposition, par la double raison que les nouvelles expériences n'eussent plus été comparables aux anciennes, et que l'on eût pu nous reprocher d'avoir fait de la vapeur de chloroforme avec une plus grande somme de calorique que celle empruntée uniquement à la quantité de vapeur dépensée par le premier cylindre.

Les nouvelles expériences furent donc conduites comme celles du groupe B de la deuxième période, à cela près que nous avions acquis une bien plus grande habileté dans le maniement de l'appareil, et que la pression initiale des diagrammes de la vapeur d'eau put être maintenue régulièrement à 58 centimètres de mercure en sus de l'atmosphère, au moyen de ce robinet de décharge de la vapeur surabondante qui nous avait si bien réussi dans les troisième et quatrième périodes.

La régularité fut telle que, sur notre cahier d'ordre, l'on trouve à peine quelques différences de 1 à 2 centimètres de mercure en plus ou en moins.

La vitesse aussi put être maintenue presque constamment à 12 tours par minute, et ce n'est que bien rarement qu'à l'instant des observations nous trouvions 1 tour ou $1/2$ tour de plus ou de moins.

Quant au but principal de ces nouvelles expériences, nous faisions mettre un seau en tôle sous le tuyau de dégorgement de la pompe à air du condenseur-vaporisateur et, après 50 tours ou doubles coups de piston de l'appareil, nous faisions retirer le seau pour peser, sur une balance à bascule, la quantité d'eau recueillie.

Au même instant, nous relevions les deux diagrammes, les quatre pressions et les six températures dont il a été parlé à la troisième section du précédent rapport.

Le tout formait une expérience simple et, aussitôt que l'une de ces expériences était terminée, nous la recommencions en entier.

Les pressions, les températures et les aires des diagrammes ne variaient pas appréciablement d'une expérience simple à l'autre, et il en était de même des poids d'eau évacués par la pompe à air, à l'exception de quelques cas isolés, où nous avons trouvé des différences de 4 à 5 pour °/₀ et même deux fois (avec l'introduction 0,8 dans le cylindre à vapeur d'eau) de 8 à 9 pour °/₀.

En faisant la somme des deux pesées consécutives, nous avions la quantité d'eau évacuée par la pompe à air du condenseur-vaporisateur en 100 tours ou doubles coups de piston de l'appareil.

L'introduction du cylindre à vapeur d'eau ne changeant pas, nous réglions successivement l'introduction du cylindre à chloroforme aux 0,2—

0,3 — 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 et même deux fois aux 0,8; le tout formait une série.

Les introductions du cylindre à vapeur d'eau, dont chacune nous a servi à faire une série, étaient respectivement 0,2 — 0,3 — 0,4, — 0,5 — 0,6 — 0,7. Les sept séries d'expériences doubles que nous avons obtenues de cette manière, et qui forment les cinq périodes de notre cahier d'ordre, nous montrent principalement que la somme des poids d'eau évacués par la pompe à air en 100 tours ou doubles coups de piston de l'appareil a varié en nombres ronds et toujours dans le même sens, à savoir :

De 11 à 14	kilogrammes	dans la	1re	série	pendant que la pression dans le condenseur à eau diminuait successivement de 56 à 27 cm. de mercure,	
14 à 16	»	»	2e	»	62 à 32	»
15 à 18	»	»	3e	»	72 à 36	»
15 à 19	»	»	4e	»	76 à 38	»
18 à 21	»	»	5e	»	81 à 44	»
19 à 23	»	»	6e série avec les introductions 0,3 — 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 et 0,8 dans le cylindre à chloroforme, et pendant que la pression dans le condenseur à eau diminuait successivement de 80 à 40 cm. de mercure,			
24 à 26	»	»	7e série avec les introductions 0,4 — 0,5 — 0,6 — 0,7 et 0,8 dans le cylindre à chloroforme et pendant que la pression dans le condenseur à eau diminuait successivement de 80 à 51 cm. de mercure.			

Les expériences de la cinquième période de notre cahier d'ordre nous démontrent donc qu'en effet la somme de calorique qui passe de la chaudière au condenseur avec une même introduction et une même pression initiale dans le cylindre, augmente notablement avec le vide du condenseur, et aussi que cette somme de calorique diminue de moitié à peine lorsque avec une pression de 50 et quelques centimètres de mercure dans le condenseur, on passe de l'introduction 0,8 à l'introduction 0,2, ce qui, en ayant égard à la fois à l'espace nuisible et aux valeurs effectives 0,84 — 0,21 des introductions dites 0,8 et 0,2, ainsi qu'on le verra bientôt, diminuera de plus des 2/3 le volume déplacé par le piston.

Nous ne pouvions, certes, pas mieux rencontrer pour justifier expérimentalement le principe que nous avons mis en avant à la fin de notre précédent rapport, et dès lors, en admettant ce principe dans chacun des deux cylindres de l'appareil binaire, nous n'avions plus lieu d'être étonnés des résultats anomaliques de nos précédentes observations, qui se

reproduisirent également dans le cours de la cinquième période et dont le plus saillant était l'augmentation du volume de vapeur de chloroforme relevé sur les diagrammes à la pression de 1 atmosphère, pendant que l'introduction du cylindre à chloroforme allait en augmentant, c'est-à-dire, pendant que le vide du condenseur à eau et par suite la dépense de calorique allaient en augmentant dans chacune de nos séries.

Quant au rapport de bonification qui nous avait tant occupés dès l'origine et qui devait nous conduire de suite, dans notre ancienne manière de voir, à la solution du problème que nous avions en vue, nous ne pouvions plus y voir dorénavant qu'une limite inférieure de l'avantage effectif de l'appareil binaire de M. Lafont sur une machine ordinaire de 66 centimètres de vide.

Il nous fallait enfin procéder à des expériences spéciales pour trouver la vraie dépense de calorique d'une machine ordinaire à grand vide; mais, avant d'en parler, il est nécessaire que nous expliquions la manière de représenter graphiquement les résultats de notre système d'expérimentation.

. . . .

Extrait d'une délibération du Conseil des Travaux de la Marine relative aux rapports précédents.

Séance du 9 *novembre* 1850.

. . . .
. . . .

Tels sont les faits généraux résultant de cet ensemble de quatre périodes, embrassant plus de 800 expériences. Ce sont autant d'anomalies inexplicables d'après les théories ordinaires sur la machine à vapeur; mais ils se reproduisent avec une telle constance, ils résultent d'expériences si bien faites qu'ils ne peuvent être révoqués en doute.

. . . .
. . . .

Aux prises avec les faits extraordinaires qui se sont invariablement produits dans ces expériences, la Commission, abandonnant la théorie ordinaire, s'est livrée à des considérations pleines de sagacité et de pénétration pour trouver l'explication de ces anomalies.

. . . .
. . . .

La Commission a compris qu'on n'avait pas accordé jusqu'à ce jour assez d'importance aux alternatives de température qui ont lieu dans l'intérieur du cylindre; elle a établi que, pendant la communication avec

le condenseur, les parois intérieures doivent éprouver un degré de refroidissement dépendant de la température au condenseur ou du vide et aussi de la durée de cette communication. Au retour du piston, la vapeur rencontrant des parois refroidies se précipite en quantités dépendant du refroidissement éprouvé et de la température du condenseur, c'est-à-dire augmentant lorsque le régime de la machine est plus lent et lorsque le vide du condenseur augmente; cette précipitation se prolonge pendant une partie de la détente. Ensuite, par l'action de l'expansion, la température de saturation diminuant, l'eau précédemment précipitée se vaporise aux dépens de la chaleur des parois, mais ne produit que peu ou point d'effet.

Ce genre de considérations, longuement et savamment développées par la Commission, explique d'une manière rationnelle les faits qui avaient d'abord présenté un caractère si frappant d'anomalies.

Elles montrent que l'expansion ne peut s'obtenir qu'en envoyant au condenseur une quantité de chaleur plus grande que ne le suppose le degré d'introduction. Aussi les avantages de la détente doivent-ils être beaucoup plus restreints qu'on ne le suppose ordinairement; le même ordre d'idées démontre l'utilité de la chemise de vapeur autour du cylindre.

D'après les vues nouvelles de la Commission, les diagrammes sont bien la mesure de l'effet mécanique absolu; mais ils ne sont la mesure de l'effet relatif ou de l'utilisation de la chaleur qu'à la condition d'être rapportés non au volume de vapeur calculé d'après le cylindre, mais aux quantités d'eau passées au condenseur.

. . . .

Les expériences de cette période confirment les idées si savamment développées par la Commission; elles sont le point de départ d'une théorie nouvelle sur la machine à vapeur ordinaire; elles ont aussi servi à déterminer le véritable rapport de bonification de l'appareil binaire, qui à l'origine était le seul but et la seule mission de la Commission.

. . . .

Ici se borne le compte rendu bien incomplet que les Sections avaient à rendre au Conseil du beau travail de la Commission de Lorient. Sa mission, fort simple à l'origine, s'est agrandie par les difficultés presque insurmontables que présentait l'interprétation des résultats inconciliables avec les idées reçues sur la machine à vapeur. Ces difficultés ont été pour la Commission et pour son savant Rapporteur l'occasion de profondes investigations qui ont amené à des notions fondamentales et tout à fait nouvelles sur la machine à vapeur.

TABLES NUMÉRIQUES

RELATIVES A LA VAPEUR D'EAU

t = température en degrés centigrades.

p = force élastique de la vapeur d'eau, évaluée en kg. par mètre carré.

q = nombre de calories nécessaire pour élever de 0° à $t°$ la température de 1 kg. d'eau.

r = chaleur de vaporisation de 1 kg. d'eau (nombre de calories nécessaire pour faire passer 1 kg. d'eau de l'état d'eau à $t°$ à l'état de vapeur à $t°$, en produisant un travail de pleine introduction égal à $\frac{1}{E} p u$, u étant d'ailleurs l'accroissement de volume résultant du fait de la vaporisation).

$\rho = r - \frac{1}{E} p u$

γ = densité de la vapeur d'eau (poids en kg. de 1 mc. de vapeur).

E = équivalent mécanique de la chaleur.

λ = (chaleur d'échauffement et de vaporisation)

$= r + q$.

U = (énergie ou chaleur interne de 1 kg. de vapeur humide contenant m^{kg} de vapeur saturée sèche)

$= q + m\rho$.

S = (entropie de 1 kg. de vapeur humide)

$$= \int_0^t \frac{dq}{273 + t} + \frac{m r}{273 + t}$$

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
0°	0,0063	0,00	0,000	603,50	575,41	0,005
1	0,0067	1,00	0,004	605,81	574,64	0,005
2	0,0072	2,00	0,007	605,11	573,86	0,005
3	0,0077	3,00	0,011	604,42	573,09	0,006
4	0,0083	4,00	0,015	603,72	572,31	0,006
5	0,0089	5,00	0,018	603,02	571,53	0,007
6	0,0095	6,00	0,022	602,33	570,75	0,007
7	0,0102	7,00	0,025	601,63	569,98	0,008
8	0,0109	8,00	0,029	600,94	569,20	0,008
9	0,0117	9,00	0,032	600,24	568,42	0,009
10	0,0125	10,00	0,036	599,55	567,64	0,009
11	0,0133	11,00	0,040	598,85	566,86	0,010
12	0,0142	12,00	0,043	598,16	566,08	0,010
13	0,0152	13,00	0,047	597,46	565,30	0,011
14	0,0162	14,01	0,050	596,77	564,52	0,012
15	0,0173	15,01	0,054	596,07	563,73	0,013
16	0,0184	16,01	0,057	595,37	562,95	0,013
17	0,0196	17,01	0,060	594,68	562,17	0,014
18	0,0209	18,01	0,064	593,98	561,39	0,015
19	0,0222	19,01	0,067	593,29	560,60	0,016
20	0,0236	20,01	0,071	592,59	559,82	0,017
21	0,0251	21,01	0,074	591,89	559,03	0,018
22	0,0267	22,01	0,078	591,20	558,25	0,019
23	0,0284	23,01	0,081	590,50	557,46	0,020
24	0,0302	24,02	0,084	589,80	556,68	0,021
25	0,0320	25,02	0,088	589,11	555,89	0,023
26	0,0340	26,02	0,091	588,41	555,10	0,024
27	0,0360	27,02	0,094	587,72	554,32	0,025
28	0,0382	28,02	0,098	587,02	553,53	0,027
29	0,0405	29,02	0,101	586,32	552,74	0,028
30	0,0429	30,03	0,104	585,62	551,95	0,030
31	0,0454	31,03	0,108	584,93	551,16	0,032
32	0,0481	32,03	0,111	584,23	550,37	0,033
33	0,0509	33,03	0,114	583,53	549,58	0,035
34	0,0538	34,04	0,118	582,84	548,79	0,037
35	0,0569	35,04	0,121	582,14	548,00	0,039
36	0,0601	36,04	0,124	581,44	547,21	0,041
37	0,0635	37,04	0,127	580,74	546,82	0,044
38	0,0670	38,05	0,131	580,05	545,63	0,046
39	0,0708	39,05	0,134	579,35	544,84	0,048
40	0,0747	40,05	0,137	578,65	544,04	0,051
41	0,0787	41,05	0,140	577,95	543,25	0,054
42	0,0830	42,06	0,143	577,25	542,46	0,056
43	0,0875	43,06	0,147	576,55	541,67	0,059
44	0,0922	44,06	0,150	575,86	540,87	0,062

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_o^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	Υ
	kg					kg.
45°	0,0971	45,07	0,153	575,16	540,08	0,065
46	0,1022	46,07	0,156	574,46	539,28	0,069
47	0,1075	47,08	0,159	573,76	538,49	0,072
48	0,1131	48,08	0,162	573,06	537,69	0,075
49	0,1190	49,08	0,165	572,36	536,90	0,079
50	0,1251	50,09	0,169	571,66	536,10	0,083
50,5	0,1282	50,59	0,170	571,31	536,71	0,085
51	0,1314	51,09	0,172	570,96	535,31	0,087
51,5	0,1347	51,59	0,173	570,61	534,91	0,089
52	0,1381	52,10	0,175	570,26	534,51	0,091
52,5	0,1415	52,60	0,176	569,91	534,11	0,093
53	0,1450	53,10	0,178	569,56	533,72	0,095
53,5	0,1486	53,60	0,179	569,21	533,32	0,098
54	0,1522	54,11	0,181	568,86	532,92	0,100
54,5	0,1559	54,61	0,182	568,52	532,52	0,102
55	0,1597	55,11	0,184	568,17	532,12	0,105
55,5	0,1636	55,61	0,186	567,82	531,72	0,107
56	0,1676	56,12	0,187	567,47	531,33	0,109
56,5	0,1716	56,62	0,189	567,12	530,93	0,112
57	0,1757	57,12	0,190	566,76	530,53	0,114
57,5	0,1800	57,62	0,192	566,41	530,13	0,117
58	0,1842	58,13	0,193	566,06	529,73	0,120
58,5	0,1886	58,63	0,195	565,71	529,33	0,122
59	0,1931	59,13	0,196	565,36	528,93	0,125
59,5	0,1977	59,63	0,198	565,01	528,53	0,128
60	0,2023	60,14	0,199	564,66	528,14	0,131
60,5	0,2071	60,64	0,201	564,31	527,74	0,134
61	0,2119	61,14	0,202	563,96	527,34	0,136
61,5	0,2168	61,65	0,204	563,61	526,94	0,139
62	0,2219	62,15	0,205	563,26	526,54	0,143
62,5	0,2270	62,65	0,207	562,91	526,14	0,146
63	0,2322	63,15	0,208	562,56	525,74	0,149
63,5	0,2376	63,66	0,210	562,21	525,34	0,152
64	0,2430	64,16	0,211	561,86	524,94	0,155
64,5	0,2485	64,66	0,213	561,51	524,55	0,159
65	0,2542	65,17	0,214	561,16	524,15	0,162
65,5	0,2599	65,67	0,216	560,81	523,75	0,165
66	0,2658	66,17	0,217	560,46	523,35	0,169
66,5	0,2718	66,68	0,219	560,11	522,95	0,173
67	0,2779	67,18	0,220	559,76	522,55	0,176
67,5	0,2841	67,68	0,222	559,40	522,15	0,180
68	0,2904	68,19	0,223	559,05	521,75	0,184
68,5	0,2969	68,69	0,225	558,70	521,35	0,187
69	0,3034	69,19	0,226	558,35	520,95	0,191
69,5	0,3101	69,70	0,228	558,00	520,55	0,195

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	Υ
	kg.					kg.
70°	0,3169	70,20	0,229	557,65	520,16	0,199
70,5	0,3239	70,71	0,230	557,30	519,76	0,203
71	0,3309	71,21	0,232	556,95	519,36	0,208
71,5	0,3381	71,71	0,233	556,60	518,96	0,212
72	0,3455	72,22	0,235	556,24	518,56	0,216
72,5	0,3529	72,72	0,236	555,89	518,16	0,221
73	0,3605	73,22	0,238	555,54	517,76	0,225
73,5	0,3682	73,73	0,239	555,19	517,36	0,230
74	0,3761	74,23	0,241	554,84	516,96	0,234
74,5	0,3841	74,74	0,242	554,49	516,56	0,239
75	0,3923	75,24	0,244	554,14	516,16	0,244
75,5	0,4006	75,74	0,245	553,78	515,77	0,248
76	0,4090	76,25	0,246	553,43	515,37	0,253
76,5	0,4176	76,75	0,248	553,08	514,97	0,258
77	0,4264	77,26	0,249	552,73	514,57	0,264
77,5	0,4353	77,76	0,251	552,38	514,17	0,269
78	0,4443	78,26	0,252	552,03	513,77	0,274
78,5	0,4536	78,77	0,254	551,67	513,37	0,279
79	0,4629	79,27	0,255	551,32	512,97	0,285
79,5	0,4725	79,78	0,257	550,97	512,58	0,290
80	0,4822	80,28	0,258	550,62	512,18	0,296
80,5	0,4921	80,79	0,259	550,27	511,78	0,301
81	0,5021	81,29	0,261	549,91	511,38	0,307
81,5	0,5123	81,80	0,262	549,56	510,98	0,313
82	0,5227	82,30	0,264	549,21	510,58	0,319
82,5	0,5332	82,81	0,265	548,86	510,19	0,325
83	0,5440	83,31	0,267	548,51	509,79	0,331
83,5	0,5549	83,81	0,268	548,15	509,39	0,338
84	0,5660	84,32	0,269	547,80	508,99	0,344
84,5	0,5773	84,82	0,271	547,45	508,59	0,350
85	0,5888	85,33	0,272	547,10	508,19	0,357
85,5	0,6004	85,83	0,274	546,74	507,80	0,364
86	0,6123	86,34	0,275	546,39	507,40	0,370
86,5	0,6243	86,84	0,276	546,04	507,00	0,377
87	0,6366	87,35	0,278	545,69	506,60	0,384
87,5	0,6490	87,85	0,279	545,33	506,21	0,391
88	0,6617	88,36	0,281	544,98	505,81	0,398
88,5	0,6746	88,87	0,282	544,63	505,41	0,406
89	0,6876	89,37	0,283	544,27	505,02	0,413
89,5	0,7009	89,88	0,285	543,92	504,62	0,420
90	0,7144	90,38	0,286	543,57	504,22	0,428
90,5	0,7281	90,89	0,288	543,22	503,82	0,436
91	0,7420	91,39	0,289	542,86	503,43	0,444
91,5	0,7562	91,90	0,290	542,51	503,03	0,452
92	0,7705	92,40	0,292	542,16	502,63	0,460

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_o^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
°	kg.					kg.
92,5	0,7851	92,91	0,293	541,80	502,24	0,468
93	0,8000	93,41	0,295	541,45	501,84	0,476
93,5	0,8150	93,92	0,296	541,10	501,45	0,485
94	0,8303	94,43	0,297	540,74	501,05	0,493
94,5	0,8459	94,93	0,299	540,39	500,66	0,502
95	0,8617	95,44	0,300	540,04	500,26	0,511
95,5	0,8777	95,94	0,301	539,68	499,86	0,520
96	0,8939	96,45	0,303	539,33	499,47	0,529
96,5	0,9105	96,96	0,304	538,98	499,07	0,538
97	0,9272	97,46	0,306	538,62	498,68	0,547
97,5	0,9443	97,97	0,307	538,27	498,28	0,557
98	0,9616	98,47	0,308	537,92	497,89	0,566
98,5	0,9791	98,98	0,310	537,56	497,50	0,576
99	0,9969	99,49	0,311	537,21	497,10	0,586
99,5	1,0150	99,99	0,312	536,85	496,71	0,596
100	1 atm. 1,0334	100,50	0,314	536,50	496,31	0,606
100,2	1,0408	100,70	0,314	536,36	496,14	0,610
100,4	1,0483	100,91	0,315	536,22	495,97	0,614
100,6	1,0558	101,11	0,315	536,08	495,80	0,618
100,8	1,0626	101,31	0,316	535,93	495,64	0,622
101	1,0709	101,51	0,316	535,79	495,49	0,626
101,2	1,0786	101,72	0,317	535,65	495,33	0,630
101,4	1,0862	101,92	0,318	535,51	495.17	0,635
101,6	1,0940	102,12	0,318	535,37	495,01	0,639
101,8	1,1017	102,32	0,319	535,22	494,85	0,643
102	1,1096	102,53	0,319	535,08	494,69	0,647
102,2	1,1174	102,73	0,320	534,94	494,53	0,652
102,4	1,1253	102,93	0,320	534,80	494,37	0,656
102,6	1,1333	103.14	0,321	534,66	494,21	0,661
102,8	1,1413	103,34	0,321	534,52	494,06	0,665
103	1,1494	103,54	0,322	534,38	493,90	0,669
103,2	1,1575	103,74	0,322	534,28	493,74	0,674
103,4	1,1656	103,95	0,323	534,09	493,58	0,678
103,6	1,1738	104,15	0,323	533,95	493,42	0,683
103,8	1,1820	104,35	0,324	533,81	493,26	0,687
104	1,1903	104,55	0,325	533,67	493,10	0,692
104,2	1,1987	104,76	0,325	533,52	492,95	0,696
104,4	1,2070	104,96	0,326	533,38	492,79	0,701
104,6	1.2155	105,16	0,326	533,24	492,63	0,705
104,8	1,2239	105,37	0,327	533,10	492,47	0,710
105	1,2325	105,57	0,327	532,96	492,31	0,715
105,2	1,2411	105,77	0,328	532,82	492,15	0,719
105,4	1,2497	105,97	0,328	532,67	491,99	0,724
105,6	1,2584	106,18	0,329	532,53	491,84	0,729
105,8	1,2671	106,38	0,329	532,39	491,68	0,734

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
106°	1,2759	106,58	0,330	532,25	491,52	0,738
106,2	1,2847	106,79	0,330	532,11	491,36	0,743
106,4	1,2936	106,99	0,331	531,96	491,20	0,748
106,6	1,3025	107,19	0,331	531,82	491,04	0,753
106,8	1,3115	107,39	0,332	531,68	490,88	0,758
107	1,3205	107,60	0,333	531,54	490,72	0,762
107,2	1,3296	107,80	0,333	531,40	490,57	0,767
107,4	1,3387	108,00	0,334	531,26	490,41	0,772
107,6	1,3479	108,21	0,334	531,11	490,25	0,777
107,8	1,3571	108,41	0,335	530,97	490,09	0,782
108	1,3664	108,61	0,335	530,83	489,93	0,787
108,2	1,3758	108,81	0,336	530,69	489,77	0,792
108,4	1,3852	109,02	0,336	530,55	489,61	0,797
108,6	1,3946	109,22	0,337	530,40	489,45	0,803
108,8	1,4041	109,42	0,337	530,26	489,30	0,808
109	1,4136	109,63	0,338	530,12	489,14	0,813
109,2	1,4233	109,83	0,338	529,98	488,98	0,818
109,4	1,4329	110,03	0,339	529,84	488,82	0,823
109,6	1,4426	110,24	0,339	529,69	488,66	0,828
109,8	1,4524	110,44	0,340	529,55	488,50	0,834
110	1,4623	110,64	0,341	529,41	488,34	0,839
110,2	1,4721	110,84	0,341	529,27	488,19	0,844
110,4	1,4820	111,05	0,342	529,13	488,03	0,850
110,6	1,4920	111,25	0,342	528,98	487,87	0,855
110,8	1,5020	111,45	0,343	528,84	487,71	0,861
111	1,5121	111,66	0,343	528,70	487,55	0,866
111,2	1,5223	111,86	0,344	528,56	487,39	0,871
111,4	1,5325	112,06	0,344	528,41	487,23	0,877
111,6	1,5428	112,27	0,345	528,27	487,08	0,882
111,8	1,5531	112,47	0,345	528,13	486,92	0,888
112	1,5635	112,67	0,346	527,99	486,76	0,893
112,2	1,5739	112,87	0,346	527,84	486,60	0,899
112,4	1,5844	113,08	0,347	527,70	486,44	0,905
112,6	1,5949	113,28	0,347	527,56	486,28	0,910
112,8	1,6055	113,48	0,348	527,42	486,12	0,916
113	1,6162	113,69	0,348	527,28	485,97	0,922
113,2	1,6269	113,89	0,349	527,14	485,81	0,928
113,4	1,6377	114,10	0,350	526,99	485,65	0,933
113,6	1,6485	114,30	0,350	526,85	485,49	0,939
113,8	1,6594	114,50	0,351	526,71	485,33	0,945
114	1,6704	114,70	0,351	526,57	485,17	0,951
114,2	1,6814	114,91	0,352	526,42	485,01	0,957
114,4	1,6925	115,11	0,352	526,28	484,86	0,963
114,6	1,7036	115,31	0,353	526,14	484,70	0,969
114,8	1,7148	115,52	0,353	526,00	484,54	0,975

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
115°	1,7261	115,72	0,354	525,85	484,38	0,981
115,2	1,7374	115,92	0,354	525,71	484,22	0,987
115,4	1,7488	116,13	0,355	525,57	484,06	0,993
115,6	1,7602	116,33	0,355	525,43	483,90	0,999
115,8	1,7717	116,53	0,356	525,29	483,75	1,005
116	1,7823	116,74	0,356	525,14	483,59	1,011
116,2	1,7949	116,94	0,357	525,00	483,43	1,017
116,4	1,8066	117,14	0,357	524,86	483,27	1,023
116,6	1,8183	117,35	0,358	524,72	483,11	1,030
116,8	1,8301	117,55	0,358	524,57	482,96	1,036
117	1,8420	117,75	0,359	524,43	482,80	1,042
117,2	1,8539	117,96	0,359	524,29	482,64	1,049
117,4	1,8659	118,16	0,360	524,15	482,48	1,055
117,6	1,8780	118,37	0,361	524,00	482,32	1,061
117,8	1,8901	118,57	0,361	523,86	482,16	1,068
118	1,9023	118,77	0,362	523,72	482,00	1,074
118,2	1,9145	118,98	0,362	523,58	481,85	1,081
118,4	1,9269	119,18	0,363	523,43	481,69	1,087
118,6	1,9392	119,38	0,363	523,29	481,53	1,094
118,8	1,9517	119,59	0,364	523,15	481,37	1,101
119	1,9642	119,79	0,364	523,01	481,21	1,107
119,2	1,9768	119,99	0,365	522,86	481,05	1,114
119,4	1,9894	120,20	0,365	522,72	480,89	1,120
119,6	2,0021	120,40	0,366	522,58	480,74	1,127
119,8	2,0149	120,60	0,366	522,44	480,58	1,134
120	2,0278	120,81	0,367	522,29	480,42	1,141
120,2	2,0407	121,01	0,367	522,15	480,26	1,148
120,4	2,0536	121,21	0,368	522,01	480,10	1,154
120,6	2,0667	121,42	0,368	521,87	479,94	1,161
120,8	2 atm. 2,0798	121,62	0,369	521,72	479,79	1,168
121	2,0930	121,82	0,369	521,58	479,63	1,175
121,2	2,1062	122,03	0,370	521,44	479,47	1,182
121,4	2,1195	122,23	0,370	521,30	479,31	1,189
121,6	2,1329	122,44	0,371	521,15	479,15	1,196
121,8	2,1464	122,64	0,371	521,01	478,99	1,203
122	2,1599	122,84	0,372	520,87	478,84	1,210
122,2	2,1735	123,05	0,372	520,73	478,68	1,218
122,4	2,1872	123,25	0,373	520,58	478,52	1,225
122,6	2,2009	123,45	0,373	520,44	478,36	1,232
122,8	2,2147	123,66	0,374	520,30	478,20	1,239
123	2,2286	123,86	0,375	520,15	478,04	1,247
123,2	2,2425	124,06	0,375	520,01	477,89	1,254
123,4	2,2565	124,27	0,376	519,87	477,73	1,261
123,6	2,2706	124,47	0,376	519,73	477,57	1,269
123,8	2,2848	124,68	0,377	519,58	477,41	1,276

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
124°	2,2990	124,88	0,377	519,44	477,25	1,284
124,2	2,3133	125,08	0,378	519,30	477,09	1,291
124,4	2,3277	125,29	0,378	519,16	476,94	1,299
124,6	2,3421	125,49	0,379	519,01	476,78	1,306
124,8	2,3566	125,70	0,379	518,87	476,62	1,314
125	2,3712	125,90	0,380	518,73	476,46	1,321
125,2	2,3859	126,10	0,380	518,58	476,30	1,329
125,4	2,4006	126,31	0,381	518,44	476,14	1,337
125,6	2,4154	126,51	0,381	518,30	475,99	1,344
125,8	2,4303	126,70	0,382	518,16	475,83	1,352
126	2,4453	126,92	0,382	518,01	475,67	1,360
126,2	2,4603	127,12	0,383	517,87	475,51	1,368
126,4	2,4754	127,33	0,383	517,73	475,35	1,376
126,6	2,4906	127,53	0,384	517,58	475,19	1,384
126,8	2,5059	127,73	0,384	517,44	475,04	1,392
127	2,5212	127,94	0,385	517,30	474,88	1,400
127,2	2,5367	128,14	0,385	517,15	474,72	1,408
127,4	2,5522	128,35	0,386	517,01	474,56	1,416
127,6	2,5677	128,55	0,386	516,87	474,40	1,424
127,8	2,5834	128,75	0,387	516,73	474,24	1,432
128	2,5991	128,96	0,387	516,58	474,09	1,440
128,2	2,6149	129,16	0,388	516,44	473,93	1,449
128,4	2,6308	129,37	0,388	516,30	473,77	1,457
128,6	2,6467	129,57	0,389	516,15	473,61	1,465
128,8	2,6628	129,77	0,389	516,01	473,45	1,473
129	2,6789	129,98	0,390	515,87	473,29	1,482
129,2	2,6951	130,18	0,390	515,73	473,14	1,490
129,4	2,7114	130,39	0,391	515,58	472,98	1,499
129,6	2,7277	130,59	0,391	515,44	472,82	1,507
129,8	2,7441	130,79	0,392	515,30	472,66	1,516
130	2,7607	131,00	0,392	515,15	472,50	1,524
130,2	2,7773	131,20	0,393	515,01	472,34	1,533
130,4	2,7939	131,41	0,393	514,87	472,19	1,542
130,6	2,8107	131,61	0,394	514,72	472,03	1,550
130,8	2,8275	131,81	0,394	514,58	471,87	1,559
131	2,8444	132,02	0,395	514,44	471,71	1,568
131,2	2,8614	132,22	0,395	514,29	471,55	1,576
131,4	2,8785	132,43	0,396	514,15	471,40	1,585
131,6	2,8957	132,63	0,396	514,01	471,24	1,594
131,8	2,9129	132,83	0,397	513,87	471,08	1,603
132	2,9303	133,04	0,397	513,72	470,92	1,612
132,2	2,9477	133,24	0,398	513,58	470,76	1,621
132,4	2,9652	133,45	0,398	513,44	470,60	1,630
132,6	2,9828	133,65	0,399	513,29	470,44	1,639
132,8	3,0004	133,85	0,399	513,15	470,29	1,648

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
133°	3,0182	134,06	0,400	513,01	470,13	1,657
133,2	3,0360	134,26	0,400	512,86	469,97	1,667
133,4	3,0540	134,47	0,401	512,72	469,81	1,676
133,6	3,0720	134,67	0,401	512,58	469,65	1,685
133,8	3,0901	134,88	0,402	512,43	469,49	1,695
134	3 atm. 3,1082	135,08	0,402	512,29	469,34	1,704
134,2	3,1265	135,29	0,403	512,15	469,18	1,713
134,4	3,1449	135,49	0,403	512,00	469,02	1,723
134,6	3,1633	135,69	0,404	511,86	468,86	1,732
134,8	3,1818	135,90	0,404	511,72	468,71	1,742
135	3,2005	136,10	0,405	511,57	468,55	1,751
135,2	3,2192	136,31	0,405	511,43	468,39	1,761
135,4	3,2379	136,51	0,406	511,29	468,23	1,771
135,6	3,2568	136,72	0,406	511,14	468,07	1,780
135,8	3,2758	136,92	0,407	511,00	467,91	1,790
136	3,2949	137,12	0,407	510,85	467,76	1,800
136,2	3,3140	137,33	0,407	510,71	467,60	1,810
136,4	3,3332	137,53	0,408	510,57	467,44	1,819
136,6	3,3526	137,74	0,409	510,43	467,28	1,829
136,8	3,3720	137,94	0,409	510,28	467,12	1,839
137	3,3915	138,15	0,410	510,14	466,96	1,849
137,2	3,4111	138,35	0,410	510,00	466,81	1,859
137,4	3,4308	138,56	0,411	509,85	466,65	1,869
137,6	3,4506	138,76	0,411	509,71	466,49	1,880
137,8	3,4705	138,97	0,412	509,56	466,33	1,890
138	3,4904	139,17	0,412	509,42	466,17	1,900
138,2	3,5105	139,37	0,413	509,28	466,02	1,910
138,4	3,5306	139,58	0,413	509,13	465,86	1,920
138,6	3,5509	139,78	0,414	508,99	465,70	1,931
138,8	3,5712	139,99	0,414	508,85	465,54	1,941
139	3,5917	140,19	0,415	508,70	465,38	1,952
139,2	3,6122	140,40	0,415	508,56	465,22	1,962
139,4	3,6328	140,60	0,416	508,42	465,07	1,973
139,6	3,6535	140,81	0,416	508,27	464,91	1,983
139,8	3,6743	141,01	0,417	508,13	464,75	1,994
140	3,6953	141,21	0,417	507,99	464,59	2,004
140,2	3,7163	141,41	0,418	507,84	464,43	2,015
140,4	3,7374	141,62	0,418	507,70	464,28	2,026
140,6	3,7586	141,83	0,419	507,55	464,12	2,037
140,8	3,7798	142,03	0,419	507,41	463,96	2,048
141	3,8012	142,24	0,420	507,27	463,80	2,058
141,2	3,8227	142,44	0,420	507,12	463,64	2,069
141,4	3,8443	142,65	0,421	506,98	463,49	2,080
141,6	3,8660	142,85	0,421	506,84	463,33	2,091
141,8	3,8878	143,06	0,422	506,69	463,17	2,102

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_o^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
142°	3,9097	143,26	0,422	506,55	463,01	2,113
142,2	3,9316	143,47	0,423	506,40	462,85	2,125
142,4	3,9537	143,67	0,423	506,26	462,69	2,136
142,6	3,9759	143,88	0,424	506,12	462,54	2,147
142,8	3,9982	144,08	0,424	505,97	462,38	2,158
143	4,0205	144,29	0,425	505,83	462,22	2,170
143,2	4,0430	144,49	0,425	505,69	462,06	2,181
143,4	4,0656	144,70	0,426	505,54	461,90	2,192
143,6	4,0883	144,90	0,426	505,40	461,75	2,204
143,8	4,1111	145,11	0,427	505,25	461,59	2,216
144	4 atm. 4,1340	145,31	0,427	505,11	461,43	2,227
144,2	4,1569	145,52	0,428	504,97	461,27	2,239
144,4	4,1800	145,72	0,428	504,82	461,11	2,250
144,6	4,2032	145,93	0,429	504,68	460,96	2,262
144,8	4,2265	146,13	0,429	504,53	460,80	2,274
145	4,2499	146,34	0,430	504,39	460,64	2,286
145,2	4,2734	146,54	0,430	504,25	460,48	2,298
145,4	4,2970	146,75	0,431	504,10	460,32	2,310
145,6	4,3207	146,95	0,431	503,96	460,16	2,322
145,8	4,3446	147,16	0,432	503,81	460,01	2,334
146	4,3685	147,36	0,432	503,67	459,85	2,346
146,2	4,3925	147,57	0,433	503,53	459,69	2,358
146,4	4,4166	147,77	0,433	503,38	459,53	2,370
146,6	4,4409	147,98	0,434	503,24	459,37	2,382
146,8	4,4652	148,18	0,434	503,09	459,22	2,394
147	4,4897	148,39	0,435	502,95	459,06	2,407
147,2	4,5142	148,59	0,435	502,81	458,90	2,419
147,4	4,5389	148,79	0,436	502,66	458,74	2,431
147,6	4,5637	149,00	0,436	502,52	458,58	2,444
147,8	4,5886	149,20	0,437	502,37	458,43	2,456
148	4,6136	149,41	0,437	502,23	458,27	2,469
148,2	4,6387	149,62	0,438	502,09	458,11	2,482
148,4	4,6639	149,82	0,438	501,94	457,95	2,494
148,6	4,6892	150,03	0,439	501,80	457,79	2,507
148,8	4,7146	150,23	0,439	501,65	457,63	2,520
149	4,7402	150,44	0,440	501,51	457,48	2,533
149,2	4,7658	150,64	0,440	501,36	457,32	2,545
149,4	4,7916	150,85	0,441	501,22	457,16	2,558
149,6	4,8175	151,05	0,441	501,08	457,00	2,571
149,8	4,8434	151,26	0,441	500,93	456,84	2,584
150	4,8695	151,46	0,442	500,79	456,69	2,597
150,2	4,8957	151,67	0,442	500,64	456,53	2,611
150,4	4,9221	151,87	0,443	500,50	456,37	2,624
150,6	4,9485	152,08	0,443	500,36	456,21	2,637
150,8	4,9750	152,28	0,444	500,21	456,05	2,650

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
151°	5,0017	152,49	0,444	500,07	455,90	2,664
151,2	5,0285	152,69	0,445	499,92	455,74	2,677
151,4	5,0554	152,90	0,445	499,78	455,58	2,690
151,6	5,0824	153,11	0,446	499,63	455,42	2,704
151,8	5,1095	153,31	0,446	499,49	455,26	2,717
152	5,1367	153,52	0,447	499,34	455,11	2,731
152,2	5,1641	153,72	0,447	499,20	454,95	2,745
152,4	5 atm. 5,1916	153,93	0,448	499,06	454,79	2,758
152,6	5,2191	154,13	0,448	498,91	454,63	2,772
152,8	5,2469	154,34	0,449	498,77	454,47	2,786
153	5,2747	154,54	0,449	498,62	454,32	2,800
153,2	5,3026	154,75	0,450	498,48	454,16	2,814
153,4	5,3307	154,95	0,450	498,33	454,00	2,828
153,6	5,3588	155,16	0,451	498,19	453,84	2,842
153,8	5,3871	155,37	0,451	498,04	453,68	2,856
154	5,4155	155,57	0,452	497,90	453,52	2,870
154,2	5,4441	155,78	0,452	497,76	453,37	2,884
154,4	5,4727	155,98	0,453	497,61	453,21	2,898
154,6	5,5015	156,19	0,453	497,47	453,05	2,913
154,8	5,5304	156,39	0,454	497,32	452,89	2,927
155	5,5594	156,60	0,454	497,18	452,73	2,942
155,2	5,5885	156,80	0,455	497,03	452,58	2,956
155,4	5,6178	157,01	0,455	496,89	452,42	2,971
155,6	5,6471	157,21	0,455	496,74	452,26	2,985
155,8	5,6766	157,42	0,456	496,60	452,10	3,000
156	5,7063	157,63	0,456	496,45	451,94	3,015
156,2	5,7360	157,83	0,457	496,31	451,79	3,029
156,4	5,7659	158,04	0,457	496,17	451,63	3,044
156,6	5,7959	158,24	0,458	496,02	451,47	3,059
156,8	5,8260	158,45	0,458	495,88	451,31	3,074
157	5,8562	158,65	0,459	495,73	451,15	3,089
157,2	5,8866	158,86	0,459	495,59	451,00	3,104
157,4	5,9171	159,07	0,460	495,44	450,84	3,119
157,6	5,9477	159,27	0,460	495,30	450,68	3,134
157,8	5,9784	159,48	0,461	495,15	450,52	3,149
158	6,0093	159,68	0,461	495,01	450,36	3,165
158,2	6,0403	159,89	0,462	494,86	450,21	3,180
158,4	6,0714	160,09	0,462	494,72	450,05	3,195
158,6	6,1027	160,30	0,463	494,57	449,89	3,211
158,8	6,1340	160,51	0,463	494,43	449,73	3,226
159	6,1655	160,71	0,464	494,28	449,57	3,242
159,2	6,1972	160,92	0,464	494,14	449,42	3,257
159,4	6 atm 6,2289	161,12	0,465	493,99	449,26	3,273
159,6	6,2608	161,33	0,465	493,85	449,10	3,289
159,8	6,2928	161,54	0,466	493,70	448,94	3,305

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
160°	6,3250	161,74	0,466	493,56	448,78	3,320
160,2	6,3578	161,95	0,466	493,41	448,62	3,336
160,4	6,3897	162,15	0,467	493,27	448,47	3,352
160,6	6,4222	162,36	0,467	493,12	448,31	3,368
160,8	6,4549	162,56	0,468	492,98	448,15	3,384
161	6,4877	162,77	0,468	492,84	447,99	3,401
161,2	6,5206	162,98	0,469	492,69	447,83	3,417
161,4	6,5537	163,18	0,469	492,55	447,68	3,433
161,6	6,5869	163,39	0,470	492,40	447,52	3,449
161,8	6,6202	163,59	0,470	492,26	447,36	3,466
162	6,6537	163,80	0,471	492,11	447,20	3,482
162,2	6,6873	164,01	0,471	491,97	447,04	3,499
162,4	6,7210	164,21	0,472	491,82	446,89	3,515
162,6	6,7549	164,42	0,472	491,68	446,73	3,532
162,8	6,7889	164,63	0,473	491,53	446,57	3,549
163	6,8230	164,83	0,473	491,38	446,41	3,565
163,2	6,8573	165,04	0,474	491,24	446,25	3,582
163,4	6,8917	165,24	0,474	491,09	446,10	3,599
163,6	6,9263	165,45	0,475	490,95	445,94	3,616
163,8	6,9610	165,66	0,475	490,80	445,78	3,633
164	6,9958	165,86	0,475	490,66	445,62	3,650
164,2	7,0308	166,07	0,476	490,51	445,46	3,667
164,4	7,0659	166,27	0,476	490,37	445,31	3,684
164,6	7,1011	166,48	0,477	490,22	445,15	3,702
164,8	7,1365	166,69	0,477	490,08	444,99	3,719
165	7,1720	166,89	0,478	489,93	444,83	3,736
165,2	7,2076	167,10	0,478	489,79	444,67	3,754
165,4	7 atm. 7,2434	167,31	0,479	489,64	444,52	3,771
165,6	7,2794	167,51	0,479	489,50	444,36	3,789
165,8	7,3155	167,72	0,480	489,35	444,20	3,807
166	7,3517	167,92	0,480	489,21	444,04	3,824
166,2	7,3880	168,13	0,481	489,06	443,88	3,842
166,4	7,4245	168,34	0,481	488,92	443,73	3,860
166,6	7,4612	168,54	0,482	488,77	443,57	3,878
166,8	7,4980	168,75	0,482	488,63	443,41	3,896
167	7,5349	168,96	0,483	488,48	443,25	3,914
167,2	7,5720	169,16	0,483	488,34	443,09	3,932
167,4	7,6092	169,37	0,483	488,19	442,93	3,950
167,6	7,6466	169,57	0,484	488,04	442,78	3,968
167,8	7,6841	169,78	0,484	487,90	442,62	3,986
168	7,7217	169,99	0,485	487,75	442,46	4,005
168,2	7,7595	170,19	0,485	487,61	442,30	4,023
168,4	7,7975	170,40	0,486	487,46	442,14	4,042
168,6	7,8355	170,61	0,486	487,32	441,99	4,060
168,8	7,8738	170,81	0,487	487,17	441,83	4,079

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
169°	7,9122	171,02	0,487	487,03	441,67	4,097
169,2	7,9507	171,23	0,488	486,88	441,51	4,116
169,4	7,9891	171,43	0,488	486,74	441,35	4,135
169,6	8,0282	171,64	0,489	486,59	441,20	4,154
169,8	8,0672	171,85	0,489	486,44	441,04	4,173
170	8,1063	172,05	0,490	486,30	440,88	4,192
170,2	8,1456	172,26	0,490	486,15	440,72	4,211
170,4	8,1850	172,47	0,490	486,01	440,56	4,230
170,6	8,2246	172,67	0,491	485,86	440,41	4,249
170,8	8,2643	172,88	0,491	485,72	440,25	4,268
171	8 atm 8,3042	173,08	0,492	485,57	440,09	4,288
171,2	8,3442	173,29	0,492	485,42	439,93	4,307
171,4	8,3844	173,50	0,493	485,28	439,77	4,327
171,6	8,4247	173,70	0,493	485,13	439,61	4,346
171,8	8,4652	173,91	0,494	484,99	439,46	4,366
172	8,5058	174,12	0,494	484,84	439,30	4,385
172,2	8,5466	174,32	0,495	484,70	439,14	4,405
172,4	8,5875	174,53	0,495	484,55	438,98	4,425
172,6	8,6286	174,74	0,496	484,40	438,82	4,445
172,8	8,6699	174,94	0,496	484,26	438,67	4,465
173	8,7113	175,15	0,497	484,11	438,51	4,485
173,2	8,7528	175,36	0,497	483,97	438,35	4,505
173,4	8,7946	175,56	0,497	483,82	438,19	4,525
173,6	8,8364	175,77	0,498	483,68	438,03	4.545
173,8	8,8785	175,98	0,498	483,53	437,88	4,566
174	8,9206	176,19	0,499	483,38	437,72	4,586
174,2	8,9630	176,39	0,499	483,24	437,56	4,606
174,4	9,0055	176,60	0,500	483,09	437,40	4,627
174,6	9,0481	176,81	0,500	482,95	437,24	4,648
174,8	9,0910	177,01	0,501	482,80	437,09	4,668
175	9,1339	177,22	0,501	482,65	436,93	4,689
175,2	9,1771	177,43	0,502	482,51	436,77	4.710
175,4	9,2204	177,63	0,502	482,36	436,61	4,731
175,6	9,2638	177,84	0,503	482.22	436,45	4,751
175,8	9 atm. 9,3074	178,05	0,503	482,07	436,29	4,772
176	9,3512	178,25	0,503	481,92	436,14	4,794
176,2	9,3951	178,46	0,504	481,78	435,98	4,815
176,4	9,4392	178,67	0,504	481,63	435,82	4,836
176,6	9,4835	178,88	0,505	481,49	435,66	4,857
176,8	9,5279	179,08	0,505	481,34	435,50	4,879
177	9,5725	179,29	0,506	481,19	435,35	4,900
177,2	9,6173	179,50	0,506	481,05	435,19	4,922
177,4	9,6622	179,70	0,507	480,90	435,03	4,943
177,6	9,7072	179,91	0,507	480,76	434,87	4,965
177,8	9,7525	180,12	0,508	480,61	434,71	4,986

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
178°	9,7978	180,33	0,508	480,46	434,56	5,008
178,2	9,8435	180,53	0,509	480,32	434,40	5,030
178,4	9,8892	180,74	0,509	480,17	434,24	5,052
178,6	9,9351	180,95	0,509	480,03	434,08	5,074
178,8	9,9812	181,15	0,510	479,88	433,92	5,096
179	10,0274	181,36	0,510	479,73	433,77	5,118
179,2	10,0738	181,57	0,511	479,59	433,61	5,141
179,4	10,1204	181,78	0,511	479,44	433,45	5,163
179,6	10,1671	181,98	0,512	479,29	433,29	5,185
179,8	10,2140	182,19	0,512	479,15	433,13	5,208
180	10,2611	182,40	0,513	479,00	432,97	5,230
180,2	10,3084	182,60	0,513	478,86	432,82	5,253
180,4	10 atm. 10,3558	182,81	0,514	478,71	432,66	5,276
180,6	10,4034	183,02	0,514	478,56	432,50	5,299
180,8	10,4511	183,23	0,514	478,42	432,34	5,321
181	10,4990	183,43	0,515	478,27	432,18	5,344
181,2	10,5471	183,64	0,515	478,13	432,03	5,367
181,4	10,5954	183,85	0,516	477,98	431,87	5,390
181,6	10,6439	184,06	0,516	477,83	431,71	5,413
181,8	10,6925	184,26	0,517	477,68	431,55	5,437
182	10,7413	184,47	0,517	477,54	431,39	5,460
182,2	10,7902	184,68	0,518	477,39	431,24	5,483
182,4	10,8394	184,89	0,518	477,25	431,08	5,507
182,6	10,8887	185,09	0,519	477,10	430,92	5,530
182,8	10,9382	185,30	0,519	476,95	430,76	5,554
183	10,9878	185,51	0,519	476,81	430,60	5,577
183,2	11,0377	185,72	0,520	476,66	430,44	5,601
183,4	11,0877	185,92	0,520	476,51	430,29	5,625
183,6	11,1379	186,13	0,521	476,37	430,13	5,649
183,8	11,1882	186,34	0,521	476,22	429,97	5,673
184	11,2388	186,55	0,522	476,07	429,81	5,697
184,2	11,2894	186,75	0,522	475,93	429,65	5,721
184,4	11,3404	186,96	0,523	475,78	429,50	5,745
184,6	11 atm. 11,3915	187,17	0,523	475,63	429,34	5,770
184,8	11,4427	187,38	0,524	475,49	429,18	5,794
185	11,4942	187,58	0,524	475,34	429,02	5,818
185,2	11,5458	187,79	0,524	475,19	428,86	5,843
185,4	11,5976	188,00	0,525	475,05	428,70	5,868
185,6	11,6495	188,21	0,525	474,90	428,55	5,892
185,8	11,7017	188,41	0,526	474,75	428,39	5,917
186	11,7540	188,62	0,526	474,61	428,23	5,942
186,2	11,8066	188,83	0,527	474,46	428,07	5,967
186,4	11,8593	189,04	0,527	474,31	427,91	5,992
186,6	11,9122	189,25	0,528	474,17	427,76	6,017
186,8	11,9652	189,45	0,528	474,02	427,60	6,042

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
187°	12,0185	189,66	0,529	473,87	427,44	6,067
187,2	12,0719	189,87	0,529	473,73	427,28	6,093
187,4	12,1255	190,08	0,529	473,58	427,12	6,118
187,6	12,1793	190,28	0,530	473.43	426,96	6,144
187,8	12,2333	190,49	0,530	473,29	426,81	6,169
188	12,2875	190,70	0,531	473,14	426,65	6,195
188,2	12,3419	190,91	0,531	472,99	426,49	6,221
188,4	12,3964	191,12	0,532	472,85	426,33	6,246
188,6	12 atm 12,4512	191,32	0,532	472,70	426,17	6,272
188,8	12,5061	191,53	0,533	472,55	426,02	6,298
189	12,5612	191,74	0,533	472,40	425,86	6,324
189,2	12,6165	191,95	0,534	472,26	425,70	6,350
189,4	12,6720	192,16	0,534	472,11	425,54	6,377
189,6	12,7277	192,36	0,534	471,96	425,38	6,403
189,8	12,7835	192,57	0,535	471,82	425,22	6,429
190	12,8396	192,78	0,535	471,67	425,07	6,456
190,2	12,8958	192,99	0,536	471,52	424,91	6,482
190,4	12,9523	193,20	0,536	471,38	424,75	6,509
190,6	13,0089	193,40	0,537	471,23	424,59	6,536
190,8	13,0657	193,61	0,537	471,08	424,43	6,562
191	13,1227	193,82	0,538	470,93	424,27	6,589
191,2	13,1799	194,02	0,538	470,79	424,12	6,616
191,4	13,2373	194,24	0,538	470,64	423,96	6,643
191,6	13,2949	194,44	0,539	470,49	423,80	6,670
191,8	13,3527	194,65	0,539	470,35	423,64	6,698
192	13,4107	194,86	0,540	470,20	423,48	6,725
192,2	13 atm. 13,4688	195,07	0,540	470,05	423,33	6,752
192,4	13,5272	195,28	0,541	469,90	423,17	6,780
192,6	13,5858	195,48	0,541	469,76	423,01	6,807
192,8	13,6445	195,69	0,542	469,61	422,85	6,835
193	13,7035	195,90	0,542	469,46	422,69	6,863
193,2	13,7626	196,11	0,542	469,32	422,53	6,891
193,4	13,8220	196,32	0,543	469,17	422,38	6,918
193,6	13,8815	196,53	0,543	469,02	422,22	6,946
193,8	13,9413	196,73	0,544	468,87	422,06	6,975
194	14,0012	196,94	0,544	468,73	421,90	7,003
194,2	14,0614	197,15	0,545	468,58	421,74	7,031
194,4	14,1217	197,36	0,545	468,43	421,58	7,059
194,6	14,1822	197,57	0,546	468,28	421,43	7,088
194,8	14,2430	197,78	0,546	468,14	421,27	7,116
195	14,3039	197,98	0,546	467,99	421,11	7,145
195,2	14,3651	198,19	0,547	467,84	420,95	7,173
195,4	14,4264	198,40	0,547	467,69	420,79	7,202
195,6	14 atm. 14,4880	198,61	0,548	467,55	420,63	7,231
195,8	14,5497	198,82	0,548	467,40	420,48	7,260

t	$\frac{p}{10000}$	q	$\int_0^t \frac{dq}{273+t}$	r	ρ	γ
	kg.					kg.
196°	14,6117	199,03	0,549	467,25	420,32	7,289
196,2	14,6738	199,24	0,549	467,10	420,16	7,318
196,4	14,7362	199,44	0,550	466,96	420,00	7,347
196,6	14,7987	199,65	0,550	466,81	419,84	7,377
196,8	14,8615	199,86	0,550	466,66	419,69	7,406
197	14,9245	200,07	0,551	466,51	419,53	7,435
197,2	14,9876	200 28	0,551	466,37	419,37	7,465
197,4	15,0510	200,49	0,552	466,22	419,21	7,494
197,6	15,1146	200,70	0,552	466,07	419,05	7,524
197,8	15,1784	200,90	0,553	465,92	418,89	7,554
198	15,2424	201,11	0,553	465,78	418,74	7,584
198,2	15,3066	201,32	0,554	465,63	418,58	7,614
198,4	15,3710	201,53	0,554	465,48	418,42	7,644
198,6	15,4357	201,74	0,554	465,33	418,26	7,674
198,8	15 atm. 15,5005	201,95	0,555	465,19	418,10	7,704
199	15,5655	202,16	0,555	465,04	417,94	7,735
199,2	15,6308	202,36	0,556	464,89	417,78	7,765
199,4	15,6963	202,57	0,556	464,74	417,63	7,796
199,6	15,7619	202,78	0,557	464,60	417,47	7,826
199,8	15,8278	202,99	0,557	464,45	417,31	7,857
200	15,8939	203,20	0,558	464,30	417,15	7,888

Imp. E. Bernard & Cie, rue La Condamine, 71